２０２０年　３月修了

早稲田大学大学院商学研究科

修　士　論　文

題　　目

貨幣サーチモデルによる最適貨幣・課税政策の研究

研究指導　応用マクロ経済学

指導教員　片岡　孝夫

学籍番号　３５１８１０１０－６

氏　　名　大和田　孝文

概 要

バブル崩壊後、長引く不況に苦しむ現在の日本経済においては、アベノミクスと呼ばれる大胆な経済政策が行われている。アベノミクスは、政府と日銀が共同歩調を取りながら行う、デフレ脱却のための経済政策である。この政策の大きな柱は、積極的な財政出動と異次元の金融緩和である。この政策を実行した結果、このような状況において名目貨幣量は大きく増加した一方で、物価指数やGDPは期待された増加をしていない。伝統的な経済学では説明することが難しいこのような経済環境に対して、貨幣サーチモデルによって貨幣理論の面から政策について検討し、貨幣の流通に最も適した政策について分析することは非常に大きな意義がある。

貨幣理論は、多様な理論モデルが存在するが、一般均衡理論においては、物々交換のみで経済が均衡に収束するため、貨幣は理論上存在しない。相対価格を一般均衡理論で決定し、名目価格を貨幣数量説によって決定する二分法によって、伝統的な経済学における貨幣理論は発展してきた。その一方で、本稿で議論する貨幣サーチ理論は、一般均衡理論とは異なる分権的な市場において貨幣の価値や存在理由を説明できる理論であり、多くの貨幣サーチモデルは、ミクロ経済学的基礎付けを持った貨幣の理論として非常に有力なモデルである。貨幣サーチモデルが想定する市場は多様な経済主体が存在する分権的な市場であり、財と貨幣の取引は1対1の交渉によって行われる。本稿では、交渉の妥結点は最も一般的な交渉解の1つであるナッシュ交渉解に従うものとする。

本稿では、貨幣サーチモデルを用いて、課税と貨幣成長の影響をシミュレーションによって分析する。具体的には、Lagos-Wright モデルをもとに、税と貨幣成長を導入して分析を行う。第三世代の貨幣サーチモデルであるLagos-Wright モデルは、ある期の中で市場が2つに分かれており、それぞれ昼市場と夜市場と呼ばれる。昼市場は多様な財が取引される摩擦的な市場として定義され、夜市場は1種類の財だけを取引するワルラス市場として定義される。Lagos-Wright モデルの最も大きな特徴は、昼市場の取引の結果、分散化した貨幣保有の分布が、夜市場の取引によって1点に退化することである。本稿で昼市場の取引に導入した税は、昼市場で売買が発生したタイミングで売り手の得た貨幣から一定の税率τで政府によって徴収される。また、政府は各期末にはどのプレイヤーにも一律にμの貨幣を給付して貨幣成長を促す。このモデルの定常均衡を、取引を行う際に買い手が十分な量の貨幣を保有しているか否かに場合分けして議論する。買い手が十分な量の貨幣を保有している場合は定常均衡が存在せず、買い手が少ない量の貨幣をすべて売り手に支払うことで財と貨幣を交換するような状況が定常均衡となる。

税率と貨幣成長率の変化が社会厚生やGDP、貨幣の流通速度などにどのような影響を及ぼすのかに関しては、統計ソフトRを用いた数値計算によって分析した。各パラメータについてベンチマークを設定し、パラメータを1つずつベンチマークから動かすことで経済への影響を分析したのち、モンテカルロシミュレーションによって作成したデータを回帰分析することでその結果を確認した。シミュレーションにあたっては、すべてのパラメータが外生的に決まるモデルと、税と貨幣成長が厚生を最大化するように内生的に決まるモデルの2つを分析した。

分析の結果、取引税率は正よりも負の値にした方が社会厚生やGDPが高まることがわかった。また、貨幣成長率も時間選好率を打ち消すほどの負値まで下げることで社会厚生が高まるという結果を得た。すなわち、取引に税金を課すよりも補助金を交付することにより財と貨幣の交換を促進し、適度なデフレーションによって貨幣の保有コストを引き下げる方が緩やかなインフレーションよりも社会的に望ましいことを示唆している。
キーワード : 貨幣サーチ理論、Lagos-Wright モデル、ナッシュ交渉解、最適税制、インフレーション、デフレーション、貨幣の流通速度

目 次

1　貨幣のサーチモデルと貨幣が流通するための条件

1.1　集権的市場と分権的市場

交換のメディアとしての貨幣は、分権的な市場の下で効果を発揮する。しかし、一般的な経済学の理論モデルのベースとして多く用いられているのは、一般均衡理論である。一般均衡理論が想定する市場は集権的な市場である。始めに一般均衡理論について説明し、その後集権的市場と分権的市場について言及する。

効用と希少性の理論は、価値や価格に関する最も初期の研究であり、ガリアーニ（Galiani,1750)、チュルゴー（Turgot,1769)、コンディヤック（Condillac,1776）が代表的な研究者とされる。チュルゴーが構築した交換価値理論を受けて、メンガー（Menger,1871）が限界概念に基づいた効用と希少性の理論を展開しているが、メンガーは数学を利用しなかった為、定式化が十分になされていない。メンガーと同時期に 2 人 2 財モデルにおける交換均衡の条件を数学的に考案したのはジェヴォンズ（Jevons,1871）である。ジェヴォンズは、交換均衡において、パレート効率性、等価交換、一物一価の法則という 3 つの条件が全て成り立つと指摘している。これらの条件を満たした交換均衡は、一般均衡と同じ条件を満たすことが知られている。しかし、ジェヴォンズのモデルは 2 人 2 財の単純なモデルであるが故に、多数の経済主体と多数の財から構成される一般的な経済に対応させることができない。そこで、ジェヴォンズ均衡の限界に対応する為に、ワルラス（Walras,1874-77）によって価格調整メカニズム（タトンマン）が導入されることになる。

ワルラスによるモデルでは、市場は価格調整メカニズムが機能する完全競争市場と仮定されている。この市場には多数の経済主体と多数の商品が存在するが、タトンマンの存在によって、すべての市場において需要と供給の一致する相対価格が定められる。タトンマンに基づいて構築されたワルラスの一般均衡理論によって、消費と生産は体系化され、経済理論は完全競争市場の分析に集中することになった。メンガー、ジェヴォンズ、ワルラスによる一連の主張は経済学史において「限界革命」と呼ばれ、限界効用や限界生産性などの限界概念がその後の経済学の発展に大きく寄与したことは言うまでもない。また、この革命のもう 1 つの貢献として、経済学はモデル化、数理化され、一般均衡理論が体系化されたということもできる。ワルラスによって構築された理論に基づくワルラス市場は、代表的な集権的市場であり、現在でも一般均衡理論の中で重要な役割を果たしている。しかし、これらの経済学は 18 世紀、19 世紀のものであり、厳密な証明の記述はない。公理主義的な

議論が確立したのは1930年代にヒルベルト・プログラムがゲーテルによって一定の解答を与えられて以降のことである。経済学では、フォン・ノイマン＝モルゲンシュテルン（von Neumann and Morgenstern,1944）のゲーム理論やドブロー（Debreu,1959)の一般均衡理論によって厳密な均衡解の存在が証明されることになる。

一般均衡を導くことができなかったジェヴォンズの均衡概念は、ワルラスによって拡張されたが、ジェヴォンズの概念は分権的市場と非常に相性が良い。ジェヴォンズの均衡概念は自由競争市場において、それぞれの経済主体が交渉相手と出会い、個別に交渉する直接交換モデルの均衡概念の基礎となるからである。この考え方は、エッジワース(Edgeworth,1925)によって無差別曲線や契約曲線、コアの概念などどともに提供され、ドブロー＝スカーフ(Debreu and Scarf,1962,63)によって、コアの極限定理(core convergence theorem)として理論化されている。極限定理とは、個別に交渉し合う経済主体が結託して配分を改善する可能性を認めると、経済主体が増大するにつれて交渉の帰結は完全競争市場に収斂するという定理である。

ワルラスによる一般均衡理論においては、物々交換のみで経済が均衡に収束するため、貨幣は理論上存在しない。貨幣はその後、フィッシャーの交換方程式(Fisher's equation of exchange,1911)やマーシャルのk(Marshallian k,1923)などの理論によって導入される。相対価格は集権的な一般均衡理論の市場で決定され、名目価格は貨幣数量説で決定されるとする考え方は、二分法(dichotomy)と呼ばれる。

分権的市場において、貨幣はより重要な役割を果たす。貨幣の交換を媒介する役割がなければ、経済主体が交換に応じてくれる交渉相手を出会う確率が非常に低くなってしまうからである。分権的市場において貨幣の存在理由や、価値を測る理論として、貨幣サーチ理論は重要な役割を果たしている。

1.2 日本の金融制約・財政政策

現代の日本においては、アベノミクスなどの積極的な政策によって、貨幣供給量は増加した。しかし、日銀や政府が公表している時系列データによると、以下の図1に示したように、名目物価指数やGDPには大きな変化が見られない。貨幣供給量は直近の15年で約1.5倍に増加しているが、GDPは約500兆円から550兆円に微増したのみであり、消費者物価指数は15年でほとんど変化していない。このような現象は、一般的には流動性の罠と呼ばれる。しかし、金融不安のあった1998年頃はともかく、リーマンショック後の現在、流動性の

罠を想定するほどに深刻な金融不安は存在していないように思える。したがって、現代の日本経済の状況を従来の貨幣数量説や貨幣需要関数では理解が困難である。このような時に、貨幣の根本的な存在理由に着目した貨幣サーチ理論によって現在の政策について分析、考察を行うことは、大きな意義があると考えられる。

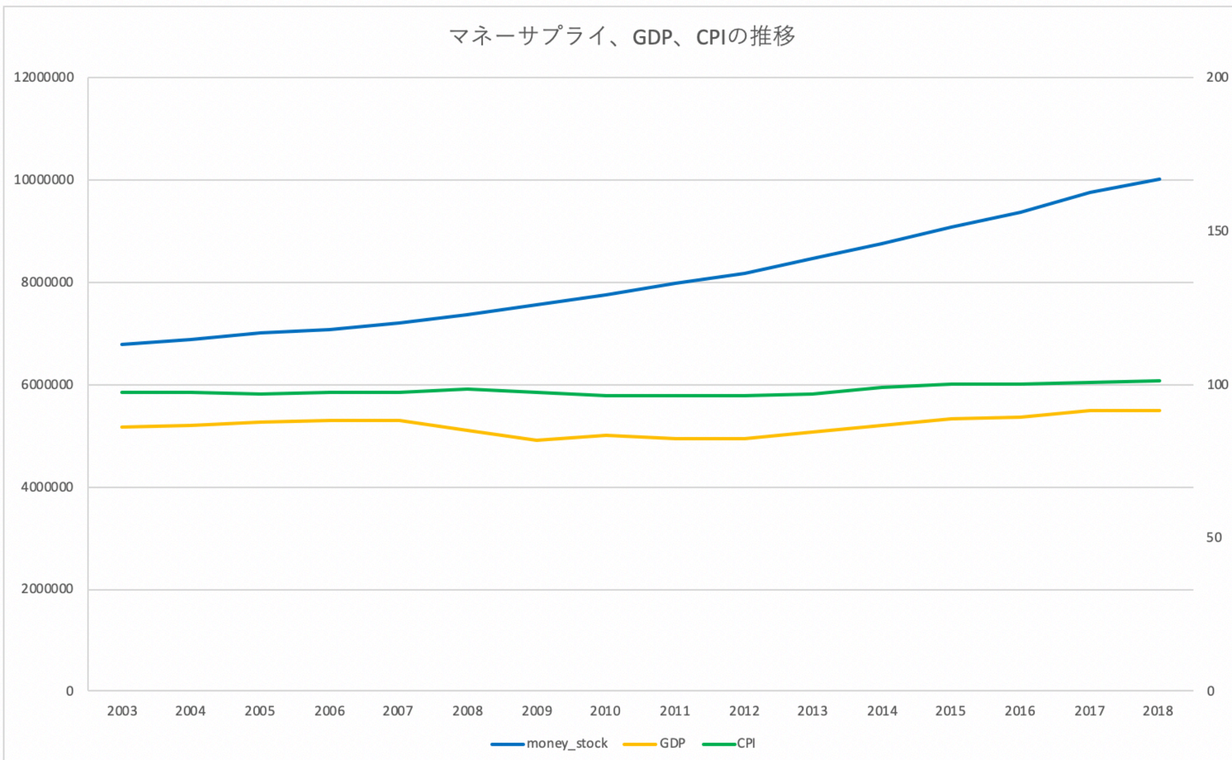

図 1:

1.3　貨幣のサーチモデル

貨幣のサーチモデルは、ミクロ経済学的基礎付けを持った貨幣の理論として非常に有力なモデルである。一般的な貨幣のサーチモデルの理論では、貨幣が「交換手段 (medium of exchange)」の役割を果たすことで社会全体において交換が容易になることを示すことで貨幣の存在意義を説明する。今井、工藤、佐々木、清水（2007）は、貨幣のサーチモデルにおける貨幣が流通するための条件を 3 つ論じている。

1 つ目の条件は以下のようになる。

（**I**）欲望の二重の一致が希少である。

分業が進んだ社会の中で各経済主体は各々の効用を最大化するために財やサービスを交換する必要があり、常にその交換相手を探している。しかし、ある人が生産できる財は限られており、彼が生産できる財を消費したい交換相手が現れたとしても、交換相手が生産できる財が彼の消費したい財でない限り、物々交換は成り立たない。彼が生産できる財を交換相手が消費でき、かつ交換相手が生産できる財を彼が消費したいような状況、すなわち2人の生産可能な財と消費可能な財の組み合わせが噛み合った場合を、「欲望の二重の一致」(double coincidence of wants) と呼ぶ。欲望の二重の一致があれば、人々は物々交換をすることが可能である。しかし、そのような状況が希少であることは容易に予想できる。したがって、各経済主体は物々交換のみで効用を最大化するように財やサービスをやり取りすることは困難である。

貨幣が流通するための2つ目の条件は以下のようになる。

（**II**）長期的関係による協力関係の維持が困難である。

たとえ欲望の二重の一致が希少であったとしても、各経済主体同士が財やサービスの交換についてうまく取り決めを結ぶことができれば、貨幣を用いない取引が可能になる。農家と畜産家と漁師が3者の間で交換の取り決めを結ぶことができれば、3者は貨幣を用いることなく、自分の生産物を他者の生産物を交換することで食料を調達することができるようになるだろう。しかし、このような協力関係の維持は必ずしも上手く成立し、維持され得ることはなく、また、いくつかの交換においてこのような関係が上手く成立するとしても、我々が日々の経済活動に必要な財やサービスを全て、物々交換の取り決めを結んで調達することはほぼ不可能に近い。

3つ目の条件は以下のようになる。

（**III**）多くの経済主体が貨幣を受け取るような状態が実現している。

多くの他者と物々交換の取り決めを数多く結ぶよりも、社会の全員が貨幣を信用し、貨幣を介して取引を行う方が効率的かもしれない。貨幣が流通するための3つ目の条件としては、取引相手が貨幣の受け取りに合意することが挙げられる。貨幣が使用されるためには、受け取った貨幣を他の多くの経済主体も貨幣として認めているような状態が実現されていなければならない。

貨幣のサーチモデルの多くは、これら3つの状態が生起する環境で議論される。また、今井、工藤、佐々木、清水（2007）は、貨幣のサーチモデルでは、(II）を想定するためにしばしば以下が仮定されると述べている。

(i) 非常に多くの経済主体が存在する。

(ii) 各経済主体はランダムに取引相手と出会う。

(iii) 各経済主体の取引履歴は私的情報である。

これらから一つでも仮定を落とすと長期的な物々交換の取り決めを結ぶ可能性が生じることが知られている。本稿においても、上記の仮定は議論の中で維持される。

1.4 交渉理論

貨幣サーチ理論が想定する分権的市場では、経済主体は交渉相手とランダムに出会う。その後、双方独占的な状況の中で、個別に交渉して財と貨幣を交換する。従って、多くの先行研究では、この双方独占の市場において、交渉の結果は何らかの交渉ゲームの解（交渉解,Bargaining Solution）に従うことを仮定している。交渉解については、多くの経済学者によって様々な解概念が提案されているが、本節では交渉ゲームの概要と代表的な解概念であるナッシュ交渉解 (Nash Bargaining Solution) について述べる。

一般に、交渉ゲームは実現可能性集合 Ω と交渉の不一致点 d の組で定義される。実現可能性集合は、交渉の結果実現する可能性のある利得の集合であり、交渉の不一致点は交渉が不成立に終わった場合に2人のプレイヤーがそれぞれ受け取る利得の点である。実現可能性集合 U は、2次元ユークリッド空間に含まれる凸集合であり、交渉の不一致点 d は実現可能性集合 Ω に含まれる。交渉成立時の結果を $u = (u_1, u_2) \in \Omega$ とすると、$i = 1, 2$ について、$u_i \geq d_i$ である。プレイヤーの利得は、混合戦略をとる場合、期待利得と定義し直すこともできる。この場合でも、実現可能性集合は凸集合である。

ナッシュは、協力ゲームにおいて、4つの公理を提示し、その公理を全てみたす解の存在を示した。この交渉解はナッシュ交渉解と呼ばれる。ナッシュ交渉解がみたす4つの公理とは、パレート最適性、対称性、効用の正一次変換からの独立、無関係な結果からの独立である。交渉ゲームにおいてこれらの公理をみたす解は唯一ナッシュ交渉解のみであり、また、いかなるナッシュ交渉解もこれらの公理をみたすことが知られている。

4つの公理について詳しく述べる。まず、パレート最適性について、交渉問題のパレート最適性とは、すべての交渉問題に対し妥結点はパレート最適であることをいう。実現可能な利得の組 (u_1, u_2) がパレート最適であるとは、$v_1 \geq u_1, v_2 \geq u_2$ を満たし、少なくとも1つの不等式が $>$ で成り立つような利得の組 (v_1, v_2) が実現可能性集合内に存在しないことである。次に、対称性について、対称な交渉問題においては、妥結点 (u_1, u_2) は $u_1 = u_2$ を満たす。また、交渉問題が対称であるとは、「(u_1, u_2) が実現可能ならば (u_2, u_1) も実現可能」かつ「$d_1 = d_2$」の2つの条件を満たすことである。更に、効用の正一次変換からの独立、つまり、正アフィン変換からの独立性について述べる。アフィンとは、ある x を $\alpha x + \beta$ と変換することであり、正アフィンとはアフィンかつ $\alpha > 0$ をいう。交渉問題における効用の正一次変換からの独立とは、(Ω, d) の妥結点が (u_1, u_2) であるならば、プレイヤー1の利得を (α_1, β_1)、プレイヤー2の利得を (α_2, β_2) で変換した問題 (Ω', d') の妥結点は $(\alpha_1 u_1 + \beta_1, \alpha_2 u_2 + \beta_2)$ で与えられることである。 最後に、無関係な結果からの独立について述べる。交渉問題 (Ω, d) の妥結点を (u_1, u_2) とする。このとき、$T \subset \Omega$ を考え、$(u_1, u_2) \in T$ かつ $d \in T$ とする。交渉問題における無関係な結果からの独立とは、T を実現可能性集合とする交渉問題 (T, d) の妥結点は、(Ω, d) 妥結点 (u_1, u_2) と一致するというものである。

ナッシュ交渉解は、Ω の中で、2人のプレイヤーの交渉が成立した時に得られる利得と交渉が決裂した時に得られる利得の差の積が最大になるような値が交渉の結果得られる利得となる。したがって、ナッシュ積 (Nash Product) と呼ばれる $(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ が最大となるように u_1 と u_2 が決まることになる。以下では、ナッシュ積を最大化するような解は上記の4つの公理を満たすことを簡単に示す。

まず、パレート最適性を確認する。もし、解がパレート最適性を満たしていなければ、u_i を下げずに u_j を大きくすることができるので、$(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ はいまだに最大化されていないことになる。したがって、$(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ が最大化されているナッシュ交渉解はパレート最適性を満たしている。次に対称性を確認する。$d_1 = d_2$ ならば $(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ は対称的な式であり、かつ $(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ の実現可能性集合は凸であるから、Ω が対称的ならばナッシュ積を最大化して得られるナッシュ交渉解も対称的である。更に、効用の正一次変換からの独立を確認するために、u_1 を $au_1 + b$、u_2 を $cu_2 + e$ へとそれぞれ変換する。$(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ は $(au_1 + b - ad_1 - b)(cu_2 + e - cd_2 - e) = ac(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ と変わる。a, c は定数なので、$(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ を最大化する u_1 と u_2 は $ac(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ も最大化する。最後に、無関係な結果からの独立を確認する。$(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$ を最大化する u_1 と u_2 を決

めれば、Ω から u_1 と u_2 以外を省いても影響はないことになる。以上より、ナッシュ積を最大化するような解はナッシュ交渉解の満たすべき 4 つの公理を満たすことが確認できた。

2　先行研究の整理及び、本稿の新規性

2.1　第一世代の貨幣サーチモデル

ここで、基本的な貨幣サーチモデルの概要について述べる。モデルは離散時間であり、無数の経済主体が存在する。無数の経済主体は特徴的な多様な生産機会と選好を持っている。彼らは自身にとって生産可能な財を生産し、自分の好みにあった財の消費を行うが、自分が生産した財を自ら消費することはできないと仮定する。さらに、自分が消費したい財を生産できる経済主体は、自分が生産できる財を消費しないと仮定する。したがって、欲望の二重の一致がまったく起こらないのである。加えて、自分が生産した財を貯蔵することもできないと仮定する。

この経済に貨幣を導入する。貨幣は消費しても効用は得られないが、全ての経済主体にとって貯蔵可能である。このモデルでは、貨幣の仲介によって、人々は生産した財と貨幣を交換して取引を行うことができる。

各経済主体は毎期ごとにランダムマッチングで取引相手と出会うと仮定する。マッチングの結果、取引可能であれば交渉が行われる。交渉の結果、各経済主体は消費と生産を行い、あるひとつの期が終わるのである。

上記のような流れが基本的な貨幣サーチモデルの概要である。特に Kiyotaki-Wright モデル (Kiyataki and Wright(1993)) は、貨幣のサーチ理論における初期の代表的な研究である。Kiyotaki-Wright モデルなどの初期の貨幣サーチモデルには、上記に加えて重要な仮定が存在する。それは、次の 2 つの仮定である。

1 貨幣が分割不可能で、各経済主体は貨幣を 0 単位か 1 単位だけ保有可能。

2 財も分割不可能で、各経済主体は自分の生産できる財を各期に 0 単位か 1 単位だけ生産かつ保有可能。

これらの仮定を持つモデルは、第一世代の貨幣サーチモデルと呼ばれる。これらの仮定は、均衡の存在を示す上で非常に重要であるが、貨幣も財も 1 単位ずつしか保有できないという強力な仮定の下では名目価格が 1 に固定されるため、マクロ経済学で分析されてきた経済政策に関する考察を行うことが難しい。したがって、第二世代のモデルにおいて、財の分割可能性を認めることになり、第三世代のモデルにおいては、貨幣と財、両方の分割可能性を認めることになる。

2.2 第二世代の貨幣サーチモデル

前述のように、Kiyotaki-Wright モデル (Kiyataki and Wright(1993)) に代表される第一世代の貨幣サーチモデルでは、財と貨幣はそれぞれ1単位ずつしか保有が認められていない。第二世代のモデルでは、Kiyotaki-Wright モデルの構造をなるべく変えることなく、貨幣の購買力を内性化することが目指された。Shi(1995) や Trejos and Wright(1995) によって、1単位の貨幣と分割可能な財を交換するモデルが考案された。この Kiyotaki-Wright モデルの構造をほとんど変更せずに貨幣の購買力を内生化したモデルを第二世代の貨幣サーチモデルという。

第二世代の貨幣サーチモデルでは、貨幣の購買力を内生化することには成功したが、インフレについての分析を行うことはできない。物価の内生化は分割可能な財の保有を可能にすることで成し遂げられたが、貨幣の保有を1単位に制限しているために、インフレの分析が不可能なのである。その理由を簡単に説明する。分割不可能な貨幣の保有が1単位に制限されているとき、長期的に少しずつ貨幣供給量を増やすと、貨幣を持つ経済主体の数が増えていくことになるが、経済主体の数は有限であるため、どこかで限界を迎える。また、貨幣を持つ経済主体の数が増えていくと、財を持つ経済主体の数は減少することになり、交換が行われにくい環境となってしまう。これらの理由から、貨幣の保有を1単位に制限したままインフレの分析をすることは不可能なのである。

複数単位の貨幣保有を許すモデルの分析を行うためには、$V(m)$ は貨幣を m 単位保有している時の価値、αx はサーチで誰かと出会う確率とその相手と欲望の一重の一致が成立する確率をかけたもの、すなわち、買い手になる確率、あるいは売り手になる確率を表し、また、β は時間割引因子、$\tilde{m}$ は交渉相手の保有する貨幣の量、$F(\tilde{m})$ は貨幣の保有分布を表すとすれば、Trejos and Wright(1995) が示した以下のベルマン方程式を解くことになる。

$$
\begin{aligned}
V(m) = \alpha x \int & \{u[q(m,\tilde{m})] + \beta V[m - d(m,\tilde{m})]\} dF(\tilde{m}) \\
& + \alpha x \int \{-c[q(\tilde{m},m)] + \beta V[m + d(\tilde{m},m)]\} dF(\tilde{m}) \\
& + (1 - 2\alpha x)\beta V(m)
\end{aligned}
$$

ここで、最初の積分の中身は、この個人が買い手になるような取引について表している。取引相手から q 単位の財を購入し、自分は d 単位の貨幣を支払う。したがって次の期では $m-d$ 単位の貨幣を保有する個人となる。この取引は買い手と売り手の交渉で決まるため、双方

の保有する貨幣量の影響を受ける。例えば、$q(m, \tilde{m})$ は買い手の保有する貨幣量が m、売り手の保有する貨幣量が $\tilde{m}$ の時の実物財の取引量を表している。次の積分では、この個人が売り手になるような取引を表している。q 単位の財を生産し、d 単位の貨幣を得る。来期は $m+d$ 単位の貨幣を保有する個人となる。

ここから均衡を得るには具体的な取引をモデル化して q や d がどのように決まるのかについて全ての個人の組み合わせについて明らかにする必要がある。また、それによって貨幣保有の分布 $F(m)$ が時間とともにどのように推移するのかを描写する必要がある。そのため均衡を得ることが非常に難しく、均衡の個数や性質を分析できるかどうかもわからない。そこで、第三世代の貨幣サーチモデルでは、貨幣保有分布を1点に退化（degenerate）させることによって、貨幣保有分布を気にする事なく貨幣保有の制約を取り除くアイデアが示された。

2.3 第三世代の貨幣サーチモデル

第三世代の貨幣サーチモデルでは、貨幣保有分布を一点に退化させるアイデアが複数提示されている。その中でも、主流となっているモデルは、Shi モデル (Shi, 1997,1999) と Lagos-Wright モデル (Lagos and Wright, 2003、2004、2005) である。Shi モデルでは、多様な経済主体が集まった大きな家計を想定して、各期の取引の結果得た財や貨幣を、大きな家計の中で再分配することによって貨幣保有分布を調整するモデルである。

Lagos-Wright モデル (Lagos and Wright, 2003、2004、2005) では、各期の市場を昼と夜に分けることで、昼市場で発生した貨幣保有の分布は夜市場で調整され、次期首には全ての家計の貨幣保有量が同一になるようなモデルである。本稿は Lagos-Wright モデルに所得税と貨幣成長率を加えたモデルであるため、Lagos-Wright モデルについて詳しく述べる。Lagos-Wright モデルでは、その大きな特徴として各期の市場が昼と夜とに分けられる。昼市場、夜市場という概念は、Lagos-Wright モデルが提唱した独自の概念である。

昼市場は分権的な市場として想定され、ランダムにマッチングした2人の間で取引が行われる。昼市場において、すべての個人は生産できる財がそれぞれ異なっており、消費したい財も多様である。加えて、この市場では、自分が消費したい財を自分自身で生産することができない。すなわち、各個人が自分の希望する取引を行うことができるかどうかは、ランダム・マッチングの結果どのような相手に出会うかに左右される。ランダム・マッチングの結果は4通り存在する。①自分が消費したい財を生産できる相手に出会ったが、相手は自

分が生産する財を好まない場合、欲望の一重の一致 (single coincidence of wants) が発生し、相手の財と自分の貨幣を交換する取引が行われる。②反対に、自分が生産できる財を消費したい相手に出会ったが、自分は相手が生産する財を好まない場合、欲望の一重の一致が発生し、自分の財と相手の貨幣を交換する取引が行われる。③出会った相手が生産できる財を自分が消費できず、自分が生産できる財を相手が消費できない場合、何も起こらずに取引は終了される。④自分が生産できる財を相手が消費でき、かつ相手が生産できる財を自分が消費できる場合、欲望の二重の一致 (double coincidence of wants) が発生し、物々交換の取引が行われる。

夜市場は中央集権的なワルラス市場として想定され、誰もが生産、消費可能な財が一財のみ取引される。後述するように、夜市場は貨幣保有分布を一点に退化 (degenerate) させる目的で存在している。さらに、Lagos and Wright(2005) においては、貨幣を保有する価値の評価関数を流列問題（sequence problem) に変換することで最終的なこのモデルに関する分析を行なっている。

本稿では、Lagos-Wright モデルに、税率と貨幣成長率を表すパラメータを導入した。パラメータを操作して均衡がどのように変化するかを分析することで、経済政策について議論することを目指したものである。

2.4 清水 (2015) の先行研究

清水 (2015) では、Lagos-Wright モデルをもとに、取引が中央集権的市場で行われる「中央集権的交換モデル」と、分権的市場で行われる「分権的交換モデル」を構築して、長期のインフレーションが実体経済に与える影響についての考察が行われている。貨幣的現象が引き起こす経済への実際の影響と貨幣理論から導かれる予測値との大きな溝を埋めるために、価格硬直性を仮定する以外の方法として、貨幣サーチモデルによる「分権的交換」とそれに付随して起こる「取引交渉」に焦点をあてている。貨幣成長率の上昇が、中央集権的市場、分権的市場の双方において経済活動を阻害しており、その結果は分権的市場においてより強く観察されることが、数値計算によって示されている。

3　環境

時間は離散とする。そして、この経済には $[0,1]$ の区間の中に連続の経済主体が存在する。基準化して、その人口を1とする。全ての経済主体は永遠に生き永らえ、$\beta \in (0,1)$ を割引因子として将来にわたる利得の割引現在価値を最大にするように行動するものとする。各経済主体は、K 種類のタイプに分けることができると仮定する。また、それぞれのタイプの経済主体が均等に存在しているとする。更に、この経済には貨幣を製造して投入する政府が存在する。実際には貨幣の製造、投入は政府と中央銀行が行うが、ここでは簡単に政府が両方の役割を担うこととする。政府は、偽造不可能で耐久性があり分割可能な貨幣を製造して投入する。貨幣はそれ自体を消費しても効用を得ることはできない。政府は経済主体が行なっている各期の取引には加わらない。また、政府は貨幣製造・投入の他に、所得税の税率の決定・徴収と、貨幣成長率を変化させる経済政策を行うことと仮定する。

この経済は、1つの期の中に昼市場と夜市場の、性格が異なる2つの市場が存在する。各経済主体は、ある1つの期の中で、マッチングによって取引相手が決まる分権的な昼市場と、1種類の財の生産・消費が行われるワルラス的な夜市場の、2つの性格の異なる市場に順番に直面する。昼市場においても夜市場においても、すべての財の貯蔵は不可能と仮定する。この仮定により、他者が生産した財を自分で消費しないのに受け取って次回以降のマッチングにおいて交換手段として用いることは不可能である。この経済では欲望の一重の一致が起こった場合、貨幣のみが交換手段として用いられる。各経済主体は所得税制と貨幣成長率を所与として行動する。所得税は、昼市場において売り手が財を提供した時、それと引き換えに受け取った貨幣に対して課税される。昼市場の買い手については、消費行動に対して特に税金が課されることはない。また、夜市場では売り手、買い手共に税金は課されない。貨幣量は、各期の終わりに政府の政策によって経済主体全員に貨幣を支給することで変更される。

仮定の通り、この経済には昼市場における生産・消費構造の特徴によって K 種類のタイプに分けることのできる経済主体が存在していて、それぞれのタイプの経済主体は均等に存在している。k を K の逆数とすると、各タイプには k の人口だけ経済主体が存在している。K は3以上であると仮定する。また、K 種類の消費財が存在する。タイプ $i(i=1,2,...,K-1)$ の経済主体は昼市場において財 $i+1$ を生産できるが、財 i を消費した時のみ効用を得ることができる。タイプ K の経済主体が生産できる財は財1とする。この仮定をおくことによって、どの経済主体同士が出会ったとしても直接物々交換を行なうことは不可能になる。

取引の際には、マッチングで出会った2人が交渉によって取引する財の量と対価として支払う貨幣の量を決定する。交渉解は、ナッシュ交渉解によって導かれる。したがって、マッチングの結果欲望の一重の一致が起こった場合は、ナッシュ交渉解の結果にしたがって取引されるものとする。

昼市場における消費量をx、生産量をyとし、夜市場における消費量をX、生産量をYとすると、効用は$u(x)-c(y)+U(X)-Y$で与える。夜部分の選好が準線形(quasi-linear)であるというLagos-Wrightモデルで登場する仮定は、この論文でも引き継がれる。この仮定の重要性はのちに詳しく述べる。また、昼市場における消費の効用と生産の不効用は弾力性一定と仮定する。具体的には、$u(x)=A_1x^{a_1},(0<a_1<1)$であり、$c(y)=A_2y^{a_2},(a_2>1,A>0)$とする。ただし、本稿では最適な生産量が1であり、かつ最適な生産量に対応する効用水準が1であるように、財と効用の単位を基準化した。このことは、$A_1=1$かつ$A_2=\frac{a_1}{a_2}$であることを意味する。

昼市場においては、マッチングによって出会った相手と交渉して取引が決まる。ここでは、昼市場で人と出会う確率を$\alpha(=1)$とする。$\alpha=1$としたので、各期の昼市場では、すべての経済主体がマッチングできる。各経済主体はσの確率で自分が生産した財が欲しい相手と出会って売り手となり、同じ確率で自分が欲しい財を生産することのできる相手と出会って買い手となって取引を行う。したがって、2σは欲望の一重の一致が起こる確率ということができる。単純化のため、欲望の二重の一致は起こらないと仮定する。σの範囲は$0\leq\sigma\leq0.5$である。売買取引が発生した時点で、売り手は受け取った貨幣からτの率で政府に税金を納める$(-\infty\leq\tau\leq1)$。さらに、各経済主体は夜市場まで終了した各期の終わりに政府から経済全体の貨幣量のμの割合の貨幣を一律に受け取る$(\mu>-1)$。

この経済では初期に政府によって貨幣が投入されているため、経済が始まる段階で市場には貨幣を持つ経済主体が存在する。ある個人iがt期に持っている貨幣をM_t^iとする。t期の貨幣の総供給量M_tは$M_t=\int M_t^i di$とし、m_t^iを相対貨幣(relative money)として、$m_t^i=\frac{M_t^i}{M_t}$と定義する。後述するように、均衡では貨幣を所有する全ての個人について$M_t^i=M_t$であり、したがって$m_t^i=1$となる。t期の昼市場の取引においてσの人口が売り手となり、買い手の保有する貨幣のすべてを受け取るが（何故、買い手が保有するすべての貨幣を支払うのかについては後述する。)、τの率で税金を支払うため、民間の保有する貨幣量は$\sigma\tau M_t$だけ減少する。また、t期末に全家計はμM_tの貨幣を一括で受け取る。したがって次の期の名目貨幣量M_{t+1}は、$M_{t+1}=(1-\sigma\tau+\mu)M_t$となり、のちに説明する定常均衡における貨幣成

長率は$1-\sigma\tau+\mu$である。

4　昼市場と夜市場における取引

4.1　昼市場の取引

昼市場において取引が行われる場合、各経済主体には買い手になる, 売り手になる, 売り手にも買い手にもならない（マッチングの結果欲望の一重の一致が起こらなかったため、何も起こらない）という 3 種類の可能性がある。σ を欲望の一重の一致が起こる確率、q は買い手の場合に受け取る消費財の量、d は買い手の場合に支払う相対貨幣の量、$\tilde{q}$ は売り手になった場合に提供する消費財の量、$\tilde{d}$ は売り手になった場合に受け取る相対貨幣の量、W_t は夜市場において直面する価値とすれば、m_t^i 単位の相対貨幣を持つあるタイプ i の個人が t 期の昼市場において直面する価値 $V_t(m_t^i)$ は、以下となる。

$$V_t(m_t^i) = \sigma[u(q) + W_t(m_t^i - d)] + \sigma[-c(\tilde{q}) + W_t(m_t^i + (1-\tau)\tilde{d})] + (1-2\sigma)W_t(m_t^i) \tag{1}$$

第一項は昼市場で買い手になった場合に得られる価値を表している。確率 σ で買い手になった場合、量 q の財を消費して効用を得る。同時に売り手には d の相対貨幣を支払うため、夜市場に突入する時点では $(m_t^i - d)$ の量の相対貨幣を持つ。したがって夜市場で直面する価値は $W_t(m_t^i - d)$ となる。第二項は昼市場で売り手になった場合に得られる価値を表している。買い手になる場合と同様に、確率 σ で売り手となった時、量 $\tilde{q}$ の財を生産するため、生産の不効用として $-c(\tilde{q})$ を受ける。しかし同時に買い手から提供した財の対価として $\tilde{d}$ を得て、τ の税率で所得税を支払うため、夜市場に投入する時点では $(m_t^i + (1-\tau)\tilde{d})$ の量の相対貨幣を持つ。したがって、夜市場で直面する価値は $W_t(m_t^i + (1-\tau)\tilde{d})$ となる。第三項は売り手にも買い手にもならず、何もしないまま昼市場を終えた場合の価値を表している。確率 $(1-2\sigma)$ の確率でこの状態になった場合、保有していた貨幣をそのまま夜市場に持ち込む。そのため、夜市場で直面する価値は $(1-2\sigma)W_t(m_t^i)$ となる。

昼市場において決定される、買い手が売り手から受け取る財の量 q と買い手が売り手に支払う貨幣の量 d については 4.3 で後述する。

4.2　夜市場の取引

各個人は昼市場での役割と行動の結果によって、夜市場に入る際に保有している貨幣量が異なる。夜市場で保有している相対貨幣の量を n とする。σ の確率で買い手になった場合、消費量 q の時の効用 $u(q)$ を得て、d を売り手に支払う。したがって、夜市場に入る際に

買い手が保有している貨幣量は$n = m - d$となる。また、σの確率で売り手になった場合には、$c(\tilde{q})$の生産費用が生じ、買い手から$\tilde{d}$を受け取るが、売り手はτの率で所得税を政府に支払わなければならない。したがって、夜市場に入る際に売り手が保有している貨幣量は$n = m + (1 - \tau)\tilde{d}$となる。マッチングが不成立で希望する取引相手と巡り会えない確率は$1 - 2\sigma$であり、この場合は$n = m$の貨幣を保有したまま夜市場に突入する。

夜市場で交換される財をニュメレール (numéraire) とし、その価格を1と基準化する。この財で測った貨幣の価格をϕで表す。n_tの相対貨幣を持って夜市場に入る価値は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} W_t(n_t) =& max[U(X_t) - Y_t + \beta V_{t+1}(m_{t+1})] \\ & s.\,t. \quad X_t + (1 - \sigma\tau + \mu)\phi_t m_{t+1} = Y_t + \phi_t n_t + \phi_t \mu \end{aligned} \tag{2}$$

ここで、m_{t+1}は翌朝に保有する相対貨幣の量を表す。βは来期の価値を現在の価値へと変換する割引率である。予算制約式を目的関数に代入すると、以下を得る。

$$W_t(n_t) = \phi_t n_t + \phi_t \mu + max[U(X_t) - X_t - (1 - \tau + \mu)\phi_t m_{t+1} + \beta V_{t+1}(m_{t+1})] \tag{3}$$

Xの最適条件は$U'(X) = 1$なので、これを満たすXをX^*とおく。すると、

$$W_t(n_t) = U(X^*) - X^* + \phi_t n_t + \phi_t \mu + max[-(1 - \tau + \mu)\phi_t m_{t+1} + \beta V_{t+1}(m_{t+1})] \tag{4}$$

となるので、m_{t+1}の選択のみが残る。ϕ_{t+1}とV_{t+1}は全家計で共通である。更に、(4)をm_{t+1}で微分して最適条件を求めると、$V'_{t+1}(m_{t+1}) = \frac{\beta}{(1-\sigma\tau+\mu)\phi_t}$であり、これによって、全家計が次期の昼市場に持ち越す貨幣量は等しくなる。また、(4)より、$W_t(n_t) = W_t(0) + \phi_t n_t$が確認できる。このことから、夜市場の効用$W_t(n_t)$は準線形 (quasi-linear) だと言える。夜市場の効用が準線形であるという性質はLagos-Wrghtモデルにおいて非常に重要である。このように夜市場の効用を仮定することによって、貨幣分布を一点に退化させることを可能としており、複雑な貨幣分布によって均衡を定める問題を回避している。本稿はLagos-Wrghtモデルに所得税と貨幣成長率を加えた理論であるから、この重要な仮定は本稿においても重要である。

次に、ϕ_tと$d, \tilde{d}$を用いて(1)を書き換えると、$V_t(m_t^i) = \sigma[u(q) - \phi_t d] + \sigma[-c(q) + (1-\tau)\phi_t \tilde{d})] + W_t(m_t^i)$が得られる。この価値関数を用いて、昼市場におけるナッシュ交渉解について考えていく。

4.3 昼市場のナッシュ交渉問題

昼市場において欲望の一重の一致が起こり、取引が発生したときに行われるナッシュ交渉を検討する。交渉力を δ として、m_t^i 単位の貨幣を保有する買い手 i と、m_t^j 単位の貨幣を保有する売り手 $j(i \neq j)$ が取引する状況を考える。取引 (q,d) は 1 対 1 のナッシュ交渉によって決定する。ここで分析するナッシュ交渉問題は、以下である。

$$max G_B^{\delta} G_S^{1-\delta} \quad s.\,t.\;\; d \leq m_t^i, q \geq 0 \tag{5}$$

G_B、G_S は、売り手、買い手が交渉から得る効用利得であり、昼市場において経済主体が直面する価値関数から $G_B = u(q) - \phi_t d$ 、$G_S = -c(q) + (1-\tau)\phi_t \tilde{d}$ と書ける。これを用いて (5) のナッシュ交渉問題を書き直すと以下になる。

$$max(u(q) - \phi_t d)^{\delta}(-c(q) + (1-\tau)\phi_t \tilde{d})^{(1-\delta)} \quad s.\,t.\;\; d \leq m_t^i, q \geq 0 \tag{6}$$

上式を解いて q と d を最大化するような交渉解が、この問題における最適な交渉解である。上式を q で微分してゼロと置き、整理すると以下を得る。

$$\delta(-c(q) + (1-\tau)\phi_t \tilde{d})u'(q) = (1-\delta)(u(q) - \phi_t d)c'(q) \tag{7}$$

q と d は、以下のように決まることが、4.3.1、4.3.2 で示される。

$$q_t(m_t^i, m_t^j) = \begin{cases} \hat{q}_t(m_t^i) & if\ m_t^i < m_t^* \\ q^* & if\ m_t^i \geq m_t^* \end{cases}$$

$$d_t(m_t^i, m_t^j) = \begin{cases} m_t^i & if\ m_t^i < m_t^* \\ m_t^* & if\ m_t^i \geq m_t^* \end{cases}$$

m_t^* については後述される。$m_t^i \geq m_t^*$ の場合には、買い手は貨幣量 m_t^* を支払い、売り手は m_t^* に対応した財の量 q^* を買い手に供給する。反対に、$m_t^i < m_t^*$ の場合には、買い手が十分に貨幣を持っていないため、持っているすべての貨幣を売り手に支払うことになる。それを受けて、売り手は支払われた貨幣量に見合うだけの財 $\hat{q}_t(m_t^i)$ を生産して買い手に供給する。すなわち、この交渉問題には、買い手が持つ貨幣量 m_t^i に応じて、2 通りの交渉解の存在が考えられる。買い手が十分な量の貨幣を持っている場合の均衡と、買い手が十分な量の貨幣を持っていない場合の均衡である。交渉解は、生産される財の量 q と支払われる貨幣量 d の組 (q,d) と与える。この交渉問題では、売り手の持っている貨幣量は問題にはならない。交渉では買い手の所有する貨幣と売り手が生産する財が取引されるためである。2 つの交渉解とそれぞれの均衡については以降の節で場合分けして説明する。

4.3.1 Case 1 ：買い手が十分な量の貨幣を持っている場合

まずはじめに、買い手が十分な量の貨幣を持っている場合 ($m_t^i \geq m_t^*$) の交渉解を考える。この交渉解を図に示すと、以下の図 1 のようになる。考えるべき交渉問題は (6) 式で示した通りである。

$$max\ (u(q)-\phi_t d)^{\delta}(-c(q)+(1-\tau)\phi_t\tilde{d})^{(1-\delta)}\ \ s.\ t.\ \ d \leq m_t^i, q \geq 0$$

Case 1 では、買い手が十分な量の貨幣を持っているため、$\phi_t d$ は任意の値をとることができる。そこで、$G_B = u(q) - \phi_t d$ と $G_S = -c(q) + (1-\tau)\phi_t\tilde{d}$ から $\phi_t d, \phi\tilde{d}$ を消去すると以下を得る。

$$\begin{aligned}(1-\tau)G_B + G_S &= (1-\tau)u(q) - c(q) \\ &= (1-\tau)q^{a_1} - Aq^{a_2}\end{aligned} \tag{8}$$

(8) 式に q^* を代入したものを $H(q*) = (1-\tau)q^{*a_1} - Aq^{*a_2}$ と定義することにする。$H(q^*)$ を q^* で微分して 0 として、q^* について整理すると、$q^* = (\frac{(1-\tau)a_1}{Aa_2})^{\frac{1}{a_2-a_1}}$ を得る。

ここで、考えるべき交渉問題を以下のように書き換える。

$$max\ G_B^{\delta}G_S^{1-\delta}\ \ s.\ t.\ \ (1-\tau)G_B + G_S \leq H(q*) \tag{9}$$

また、$G_B^{\delta}G_S^{1-\delta}$ はコブ・ダグラス型であり、弾力性は一定であるため、$G_B = \frac{\delta H(q^*)}{(1-\tau)}$、$G_S = (1-\delta)H(q^*)$ と書き換えることができる。更に、$G_B = u(q^*) - \phi_t d^*$ より、$\phi_t d^* = u(q^*) - G_B$。したがって、$\phi_t d_t^* = (\frac{(1-\tau)a_1}{Aa_2})^{\frac{a_1}{a_2-a_1}} - \frac{\delta H(q^*)}{(1-\tau)}$ を得る。この d_t^* が m_t^* に対応する。すなわち、$m_t^* = \frac{(\frac{(1-\tau)a_1}{Aa_2})^{\frac{a_1}{a_2-a_1}} - \frac{\delta H(q^*)}{(1-\tau)}}{\phi_t}$ である。

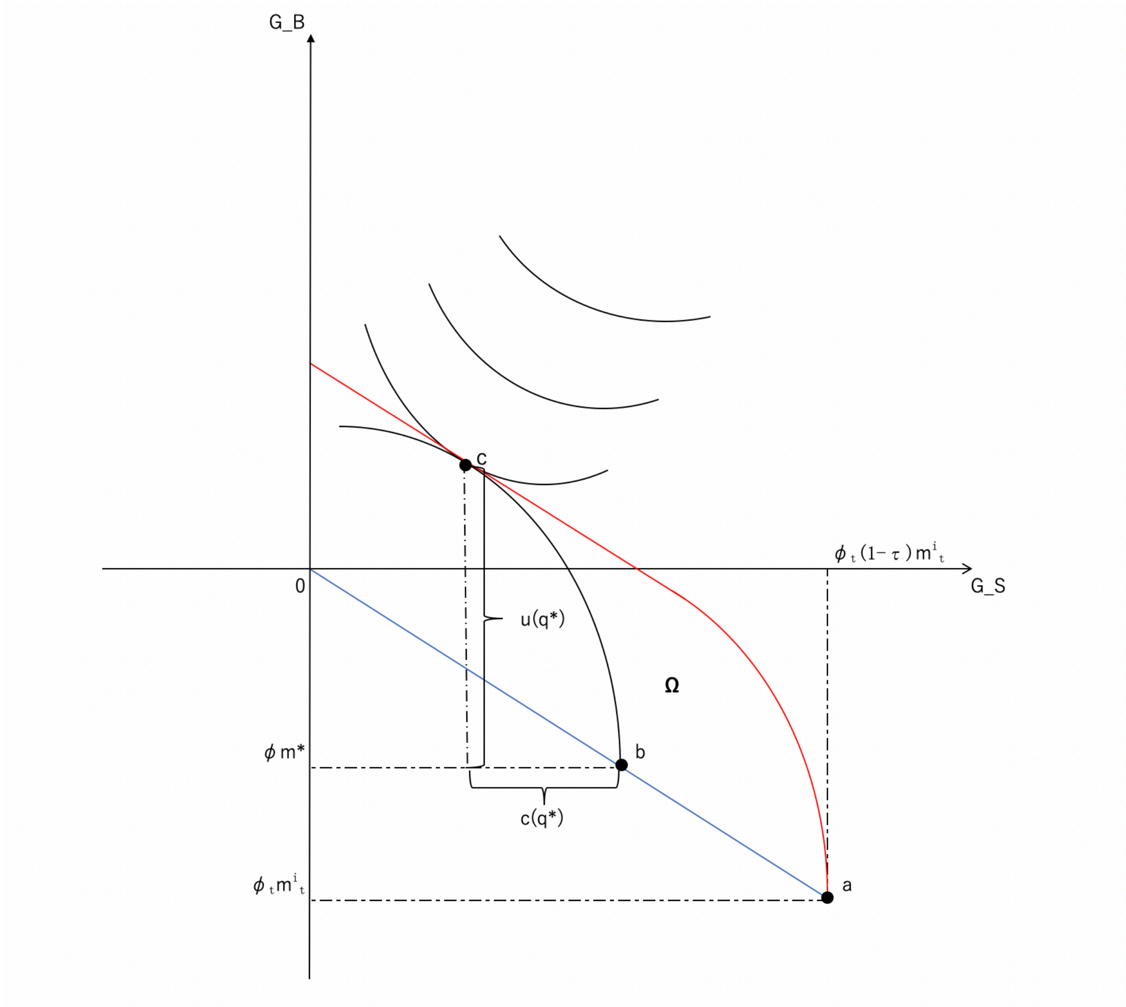

図 2: Case1

図 2 は買い手が十分な量の貨幣を保有している場合の交渉解を示した図である。点 a は、買い手が保有する貨幣すべてを売り手に支払い、かつ $q = 0$ であるときの (G_B, G_S) 点である。ここから、売り手は受け取った貨幣と引き換えに財を生産する。すると、費用が発生した買い手の効用は減少するため G_S は低下し、財を消費した売り手の効用は増加するため G_B は上昇する。この軌跡を表した曲線が点 a を始点とした曲線である。また、買い手が支払う貨幣を減らすと、点 a は原点に近づいていく。この軌跡は $[0, a]$ の直線である。

したがって、曲線と直線で囲まれた面積が (d, q) の選択によって実現できる (G_B, G_S) の集合、すなわちこの交渉問題の実現可能性集合 Ω である。曲線の軌跡は包絡線となっており、この包絡線の直線部分と無差別曲線の接点 c で q^* が決まる。そして、この接点 c を通る上に

凸の曲線の起点 b によって、$\phi_t d^* = \phi_t m_t^i$ が決まる。

4.3.2 Case 2 ：買い手が十分な量の貨幣を持っていない場合

次に、買い手が十分な量の貨幣を持っていない場合 $(m < m_t^*)$ の交渉解を考える。この場合、買い手は保有している全ての貨幣 m を売り手に支払って財 q と交換することになる。したがって、$d = m$ となる。売り手は、買い手が十分な量の貨幣を持っていないため、最適な量の財 q^* を生産していない。

この場合、ナッシュ積を q についての最適化問題として微分して q を求めることになる。ナッシュ積 $(u(q) - \phi d)^\delta(-c(q) + (1-\tau))^{1-\delta}$ を q で微分して 0 とおくと以下が得られる。

$$\delta(u(q) - \phi m)^{\delta-1}u'(q)(-c(q) + (1-\tau))^{1-\delta} - (u(q) - \phi m)^\delta(1-\delta)(-c(q) + (1_\tau)\phi m)^{-\delta}c'(q) = 0 \tag{10}$$

$$\Rightarrow F(q, \phi m) = \delta u'(q)(-c(q) + (1-\tau)\phi m) - (1-\delta)c'(q)(u(q) - \phi m) = 0 \tag{11}$$

Case 2 の場合、定常均衡における ϕm が与えられるならば、q は $F(q, \phi m) = 0$ を満たす必要がある。本稿では、関数 $q = Q(\phi m)$ を R を用いて数値的に求める。

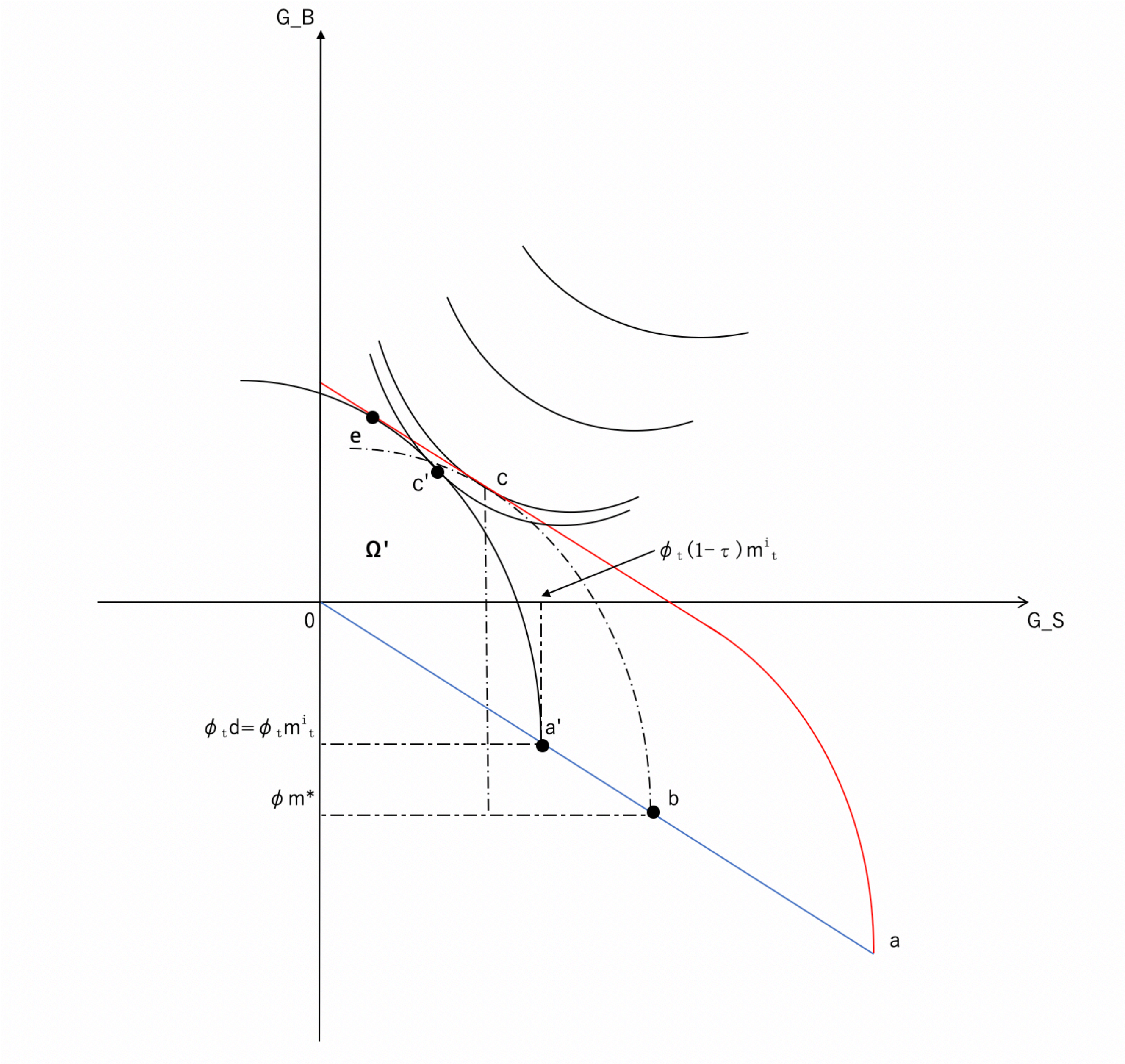

図 3: Case2

図 3 は買い手が十分な量の貨幣を持っていない場合の交渉解を示した図である。この場合、買い手が保有する貨幣すべてを支払い、かつ $q = 0$ であるときの (G_B, G_S) 点 $= a$ 点は a' 点へ左上に移動して、b 点よりも原点に近付く。a 点が a' 点に移動したことに伴って、実現可能性集合 Ω' も左上に移動する。また、包絡線と無差別曲線の接点 c' は、e 点よりも右下

の曲線部分に決まる。

5　均衡

上記のような経済の均衡を求めていく。貨幣分布は夜市場が存在することによって一点に収束し、すべての家計にとって $m_t^i = 1$ となるが、その貨幣保有量が最適であるか否かについて検討する。ある家計が t 期の夜市場で 1 単位多く働いて、t 期末に 1 単位多くの貨幣を持ち込すことを検討するとしよう。価値はどのように変化するのかを考える。夜市場で 1 単位多く働くことによる費用 $(= 1)$ とその貨幣を昼市場に持ち込んで得られる価値の期待値の増分が等しいとして矛盾がなければ、その貨幣保有は最適であるということになる。前節で場合分けした通り、買い手が所有する貨幣の量が十分か否かに分けて検討を行う。

5.1　Case 1 の均衡

買い手が十分に貨幣を持っている場合の定常均衡を考える。t 期の夜市場で 1 単位多く夜財を生産し、t 期末に $\frac{1}{q_t}$ 単位多くの貨幣を持ち越す場合、所得税率とインフレ率を考慮すると、$t+1$ 期の保有貨幣は $\frac{1}{(1-\sigma\tau+\mu)q_t}$ だけ多くなる。$t+1$ 期の昼市場では、$1-\sigma$ の確率で買い手にならない場合、追加された貨幣は夜市場で支出され、夜市場での労働を $\frac{q_{t+1}}{(1-\sigma\tau+\mu)q_t}$ だけ節約する。また、σ の確率で買い手になった場合でも、買い手が十分に貨幣を持っている場合、前節で示した通り、売り手の生産量と買い手の支払う貨幣量は既に最適な量で交換が成立している。したがって、夜市場で多く働いて、持ち込む貨幣量を増やしたとしても、q は変化せず、その貨幣は夜に支出される。この結果を用いて夜市場で 1 単位多く働いて得た価値の増分と等しいとすると以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
1 &= \beta\left(\sigma\frac{1}{1-\sigma\tau+\mu} + (1-\sigma)\frac{1}{1-\sigma\tau+\mu}\right) \qquad (12)\\
\Rightarrow 1 &= \frac{\beta}{1+\mu-\tau}
\end{aligned}
$$

$\beta\frac{1}{1+\mu-\tau} < 1$ であることから、この式は矛盾している。したがって、買い手が貨幣を十分に持っているような均衡は存在しない。

5.2　Case 2 の均衡

買い手が十分な量の貨幣を持っていない場合の均衡を考える。Case 1 と同様に、t 期の夜市場で 1 単位多く働いて、t 期末に 1 単位多くの貨幣を持ち越す場合、昼市場において直面する価値の増加分について考える。$1-\sigma$ の確率で買い手にならない場合は Case 1 と同一で

ある。しかし σ の確率で買い手になる場合、Case 2 では、買い手が十分に貨幣を保有していないため、前節で説明した通り、買い手は保有するすべての貨幣を売り手に支払って取引を行う。この場合、買い手が持ち込む貨幣の量が増えると、その分取引の場で売り手に多く支払うことができる。結果、売り手も多くの財を生産して取引するため、q は増加する。式に表すと以下のようになる。

$$\frac{1-\sigma\tau+\mu}{\beta}=\sigma u'(Q(\phi))Q'(\phi)+(1-\sigma) \tag{13}$$

上式を整理すると以下を得る。

$$\sigma u'(Q(\phi))Q'(\phi)=\frac{1-\sigma\tau+\mu}{\beta}-(1-\sigma) \tag{14}$$

この式から ϕ を R を用いて数値的に求める。

6 シミュレーション

R のシミュレーションによって均衡解を数値的に求める。パラメータは消費の効用関数のパラメータ a_1、生産の不効用関数のパラメータ a_2、欲望の一重の一致があるマッチングが起こる確率 σ、買い手の交渉力の強さ δ、貨幣成長率 μ、所得税率 τ である。この章では、割引因子は $\beta = 0.95$ に固定して変更しない。また、この章で議論する経済指標は、社会厚生 (Social Welfare,SW)、GDP、貨幣の流通速度 (velocity of money,$velo$)、インフレ率 (inflation,$infl$) を測定する。均衡における最適な q, ϕ を q^*, ϕ^* として、経済の影響を測る指標をそれぞれ定義すると、次のようになる。社会厚生 $SW = \sigma(u(q^*) - c(q^*))$、GDP= σq^*、$velo = \frac{\sigma q^*}{\phi^*}$、$infl = -\sigma\tau + \mu$。

はじめに、各パラメータの値に対してベンチマークとなる値を設定し、パラメータの値を 1 つずつベンチマークの値から変更して経済にどのような影響を及ぼすのかを検討する。1 つのパラメータの値を変更する際、ほかのパラメータの値はベンチマークの値から変更せずに固定する。

次に、ベンチマークからの変更によって得られた経済に与える影響が正しいかどうかを確認するために、モンテカルロシミュレーションを行う。モンテカルロシミュレーションでは、変数をランダムに設定した経済を 1000 回発生させ、それぞれの均衡を計算する。その結果をデータとして、社会厚生や GDP などを被説明変数とし、パラメータを説明変数とした回帰分析を行う。

シミュレーションは、すべてのパラメータを外生的に決定したモデルと、貨幣成長率と所得税率を内生化して、社会にとって最も最適な税制度についての考察を行うモデルの 2 つについて行う。

6.1 パラメータの変更が経済に与える影響

この節では、各パラメータの変更が経済に与える影響について考察する。考察する経済指標は、前に述べた通り、社会厚生、GDP、貨幣の流通速度、インフレ率である。ベンチマークとなるパラメータの値は以下に示す。欲望の一重の一致があるマッチングが起こる確率を表すパラメータ $\sigma = 0.5$、消費の効用のパラメータ $a_1 = 0.5$、生産の負効用のパラメータ $a_2 = 2$、$A = \frac{a_1}{a_2}$、割引因子は $\beta = 0.95$、買い手の交渉力の強さは $\delta = 0.5$、貨幣成長率は $\mu = 0.1$、所得税率は $\tau = 0.1$ とする。この節で変更するパラメータは、貨幣成長率 μ、所得

税率τ、買い手の交渉力の強さδである。

6.1.1 ベンチマークからの変更

貨幣成長率を変更した場合の経済への影響は以下の図4である。貨幣成長率μを-0.1から0.1まで、0.01単位で変更した。このとき、貨幣成長率以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。その結果、社会厚生とGDPは、貨幣成長率がマイナスになればなるほど増加し、貨幣の流通速度とインフレ率は貨幣成長率がプラスになればなるほど増加する。したがって、貨幣成長率がマイナスの方が経済にとって良い影響を及ぼす。貨幣成長率がマイナスであれば、貨幣の量が少なくなるため、デフレになりやすく、物価が低下するため、貨幣面から見れば、貨幣の保有コストが小さくなりやすい。次期の貨幣量が少なくなると、貨幣の保有コストが小さくなり、マッチングが起こった時に貨幣と財の交換が起こりやすい。したがって、昼市場においてより活発な取引が行われるため、経済にとって良い影響があると考えられる。

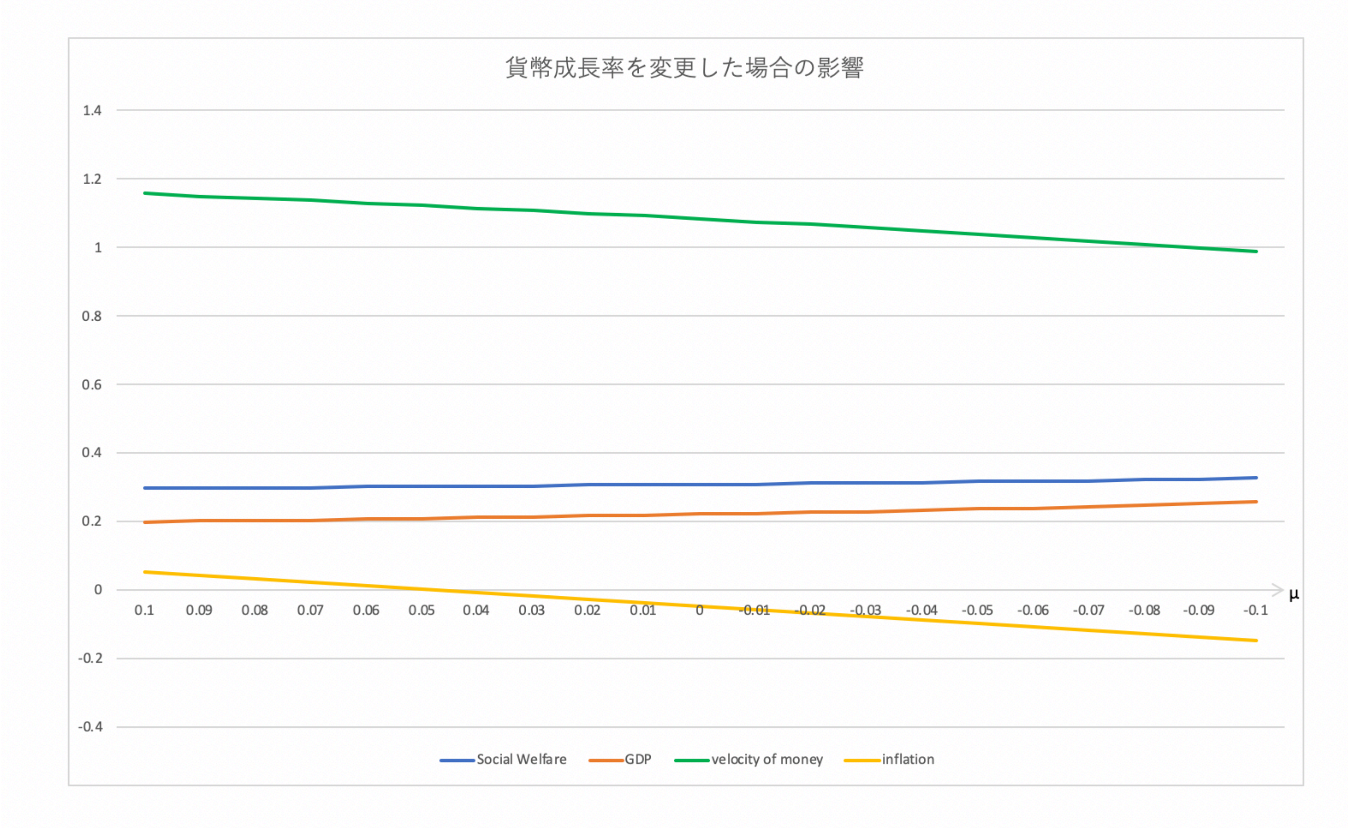
貨幣成長率を変更した場合の影響
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0.1
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
-0.01
-0.02
-0.03
-0.04
-0.05
-0.06
-0.07
-0.08
-0.09
-0.1
μ
Social Welfare
GDP
velocity of money
inflation

図 4:

所得税率を変更した場合の経済への影響は以下の図5である。所得税率τを-0.1から0.1まで、0.01単位で変更した。このとき、所得税率以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。その結果、社会厚生とGDPは、所得税率の変更が大きな影響を与えなかったが、税率がマイナスであればあるほど、どちらの指標も微増する。貨幣の流通速度とインフレ率は貨幣成長率がマイナスになればなるほど増加する。所得税率が負になる場合、所得税ではなく交換を促進する補助金と捉えることができる。昼市場においてなるべく多く貨幣と財の交換が行われる環境の方が経済にとって望ましいため、補助金を交付して取引を促進する方が望ましいというシミュレーションの結果は、理論と整合的であると考えられる。したがって、交換の際に税金を取るよりも、補助金を与えて交換を促進する方が経済にとって良い影響を及ぼす。

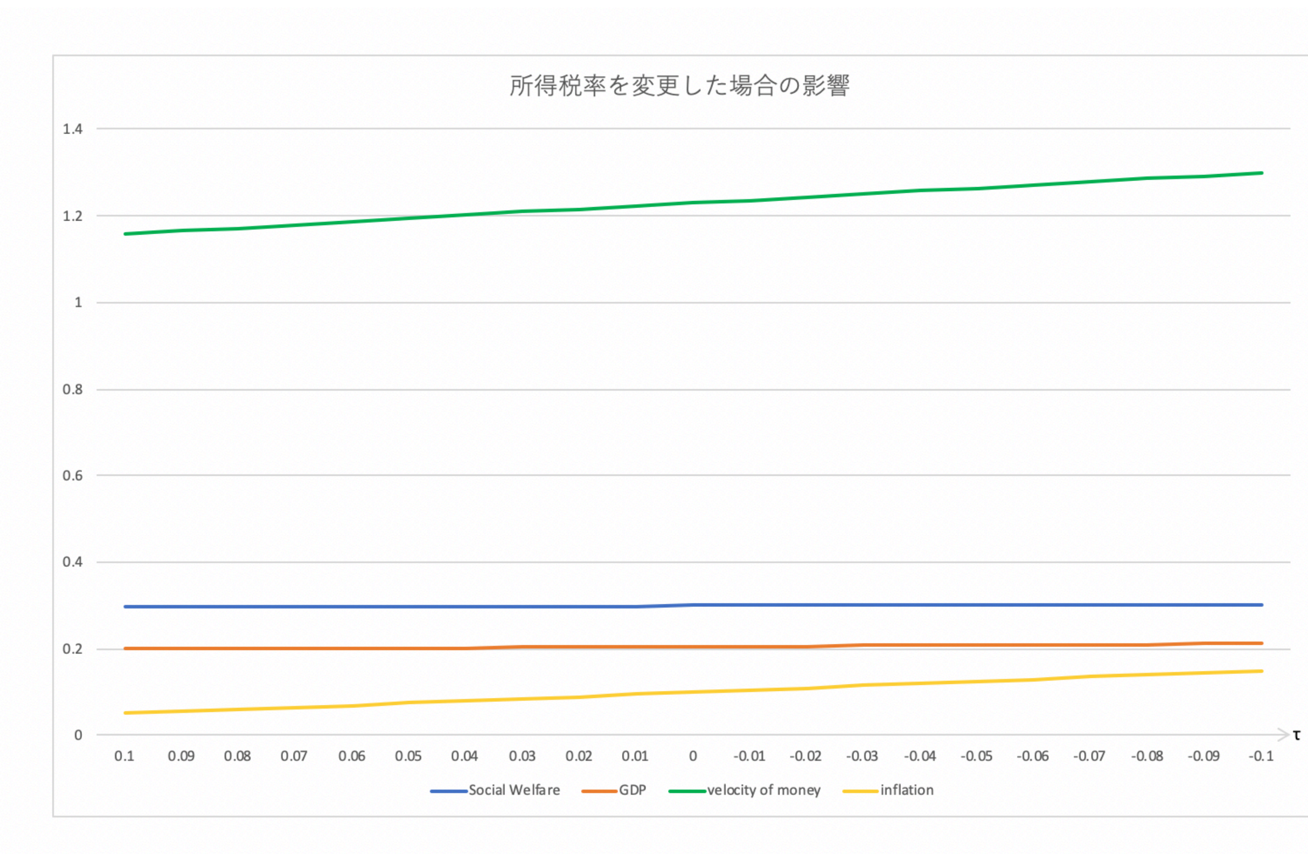

図 5:

買い手の交渉力の強さを変更した場合の経済への影響は以下の図 6 である。買い手の交渉力の強さ δ は 0.1 から 1 まで、0.1 刻みで変更した。このとき、買い手の交渉力以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。買い手の交渉力を増加させると、インフレ率以外の指標が増加する。インフレ率は変化しない。買い手の交渉力が強い状況は、買い手主権の市場であると言える。したがって、このモデルでは、買い手主権の市場の方が経済指標にとって良い影響を及ぼす。インターネットの発達などによって、商品が市場に豊富に出回り、買い手が自由に商品を選ぶことができる現代の環境は、経済にとって良い影響を及ぼしていると言える。また、この結果は、需要が供給に大きな影響を与えるモデルであることを示しており、ケインズ的な結果と考えることもできる。

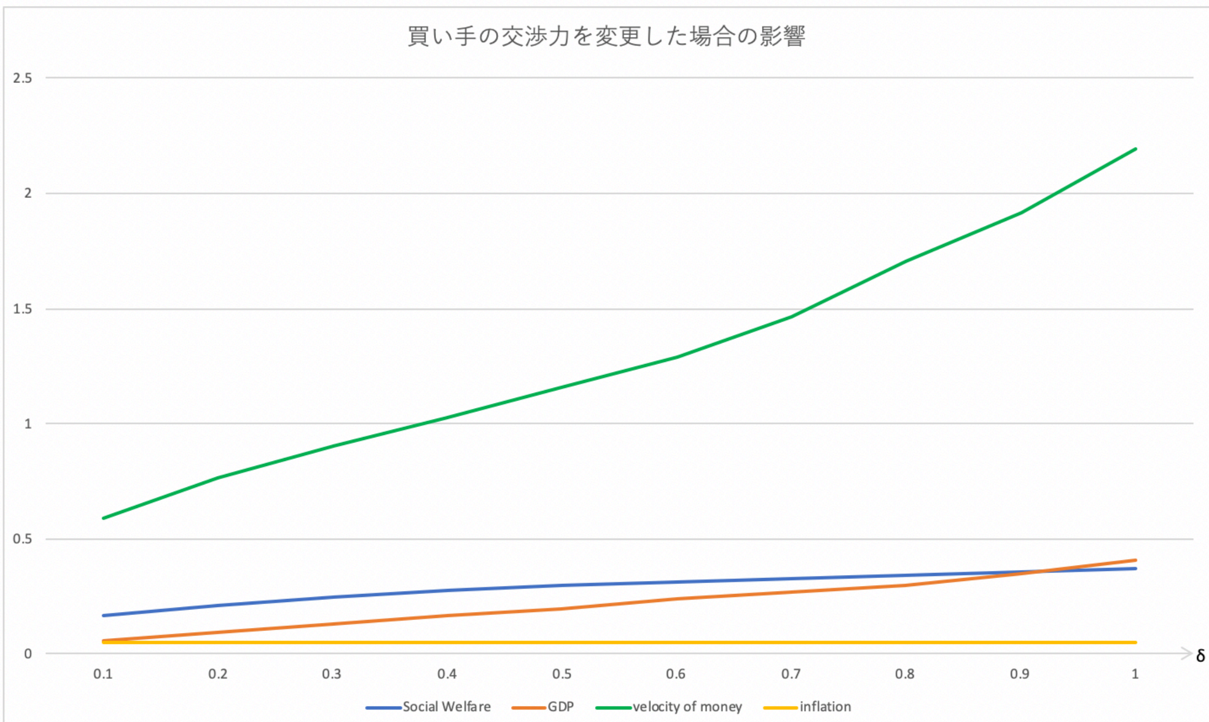

図 6:

6.1.2 モンテカルロ法を用いた回帰分析

前節で得られた結果、すなわち各パラメータの値の変更が経済に与える影響が正しいかどうかを確認するために、モンテカルロシミュレーションを行う。シミュレーションでは、各パラメータの値をランダムに設定した経済を1000回発生させ、それぞれの均衡を計算する。その結果をデータとして経済指標を被説明変数とし、観察が容易であると考えられる変数μ, τ, δを説明変数とした回帰分析を行う。シミュレーションの際、各パラメータの値の範囲は$0.1 \leq a_1 \leq 0.9, 1.5 \leq a_2 \leq 5, 0 \leq \sigma \leq 0.5, 0 \leq \delta \leq 1, -0.1 \leq \mu \leq 0.1, -0.1 \leq \tau \leq 0.1$であり、各パラメータの値は一様分布に従うと仮定する。

回帰分析の結果は以下の表1の通りである。回帰分析の結果、社会厚生とGDPについては、貨幣成長率と買い手の交渉力の強さの影響が大きく、社会厚生とGDPには同じような傾向が確認できる。どちらも貨幣成長率と税率は負であればあるほど良い影響を及ぼす。ベンチマークから変更した時の影響を観察した時と同様の結果を回帰分析の結果からも得た。したがって、貨幣成長率を負に設定して貨幣の保有コストを小さくし、取引から税を取るより、取引に補助金を出して取引が行われるように支援する方が社会厚生とGDPに良い影響を及ぼす。貨幣の流通速度とインフレ率にも同じような傾向が確認できる。貨幣成長率が正の相関、税率が負の相関である。貨幣の流通速度について、ベンチマークでは買い手の交渉力の強さの影響は大きかったが、回帰分析では有意な結果を得ることはできなかった。

表 1: 回帰分析結果

	Dependent variable:			
	GDP	*SW*	*velo*	*infl*
	(1)	(2)	(3)	(4)
μ	-0.171^{***}	-0.121^{**}	3.640^{***}	0.997^{***}
	(0.051)	(0.061)	(0.851)	(0.005)
τ	-0.014	-0.037	-2.530^{***}	-0.263^{***}
	(0.048)	(0.058)	(0.799)	(0.005)
δ	0.083^{**}	0.160^{***}	0.706	-0.006
	(0.039)	(0.048)	(0.658)	(0.004)
μ^2	2.259^{**}	3.207^{***}	3.065	-0.140
	(0.981)	(1.187)	(16.438)	(0.094)
τ^2	0.325	0.080	3.529	-0.061
	(0.931)	(1.126)	(15.593)	(0.089)
δ^2	0.114^{***}	-0.036	1.066^{*}	0.006^{*}
	(0.038)	(0.046)	(0.633)	(0.004)
Constant	0.048^{***}	0.098^{***}	0.790^{***}	0.002^{*}
	(0.009)	(0.011)	(0.157)	(0.001)
Observations	949	949	949	949
R^2	0.325	0.121	0.142	0.979
Adjusted R^2	0.321	0.115	0.137	0.979
Residual Std. Error (df = 942)	0.086	0.104	1.436	0.008
F Statistic (df = 6; 942)	75.537^{***}	21.566^{***}	26.060^{***}	$7{,}487.011^{***}$
Note:				*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

6.2　最適な税制の考察

この節では、貨幣成長率 μ と所得税率 τ に関して最適な税制を考察する。すなわち、貨幣成長率と所得税率を内生化したモデルを検討する。各経済において、厚生を最大化させる貨幣成長率と所得税率をグリットリサーチによって求めた。このようにして求めた最適な貨幣成長率と最適な所得税率を $best\mu, best\tau$ と呼ぶ。

このようにして、最適な貨幣成長率と所得税率を内生化したモデルについて、前節と同様にベンチマークの値を設定してパラメータの値を変更することで経済への影響を測定する。また、モンテカルロシミュレーションを行い、その結果を用いて回帰分析を行う。貨幣成長率と所得税率以外のパラメータ a_1, a_2, σ, δ について、これらのベンチマークの値や、モンテカルロシミュレーションを行う際のパラメータの値の範囲は前節と同様とする。また、前節同様各パラメータ a_1, a_2, σ, δ は一様分布に従うものと仮定する。

6.2.1 最適税制下でのベンチマークからの変更

最適税制下で消費の効用を表す関数 ($u(q) = q^{a_1}$) のパラメータ a_1 を変更した場合の影響は以下の図 7 である。a_1 以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。消費の効用を表す関数の傾きは収穫逓減を仮定しているため、傾きのパラメータを 0.1 から 0.9 まで 0.1 刻みで変更し、経済への影響を確認した。a_1 を大きくすると、GDP はそれに伴って増加するが、社会厚生と貨幣流通速度は低下することが確認された。最適な貨幣成長率は a_1 を大きくすると増加傾向があるが、最適な所得税率は明確な傾向を確認できなかった。

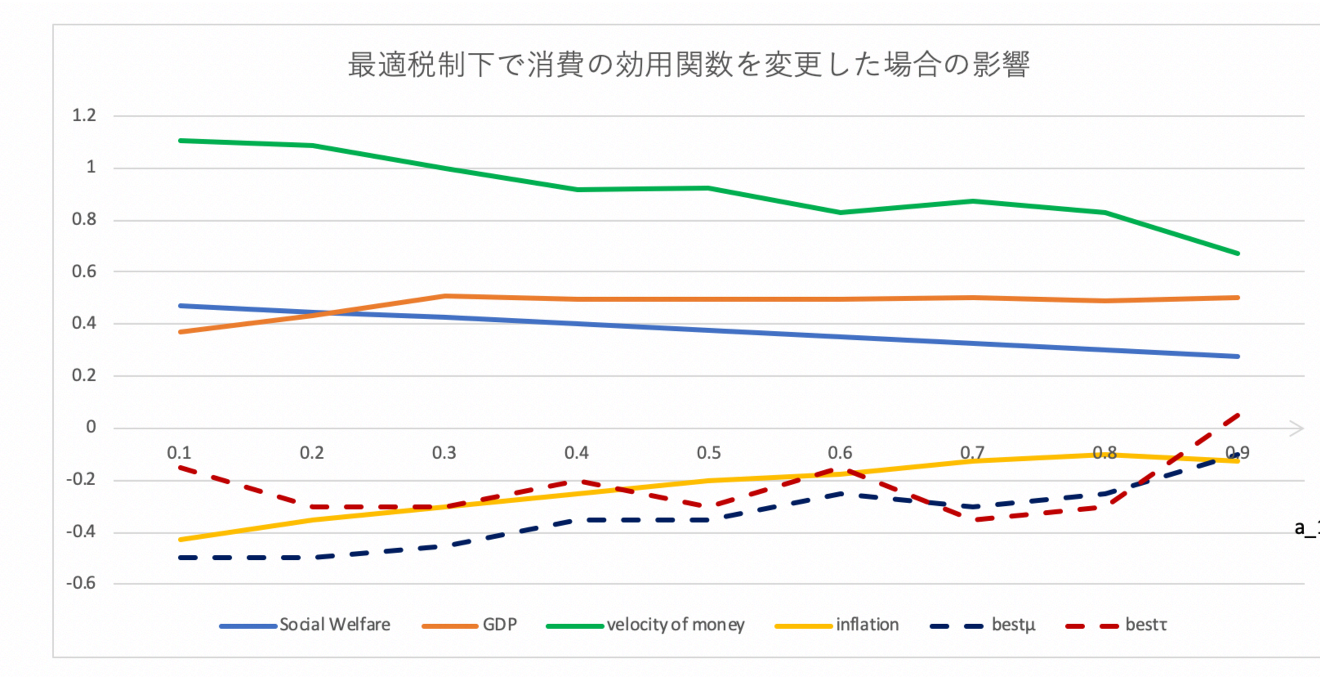

図 7:

最適税制下で生産の不効用を表す関数 $(c(q) = Aq^{a_2})$ のパラメータ a_2 を変更した場合の影響は以下の図 8 である。a_2 以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。生産の不効用を表す関数の傾きは収穫逓増を仮定しているため、傾きのパラメータを 2 から 10 まで 1 刻みで変更し、経済への影響を確認した。a_2 を大きくすると、それに伴って貨幣流通速度は大きく増加するが、社会厚生と GDP は微増するのみに留まった。インフレ率と最適な貨幣成長率には減少傾向にあり、最適な所得税率は増加傾向にある。

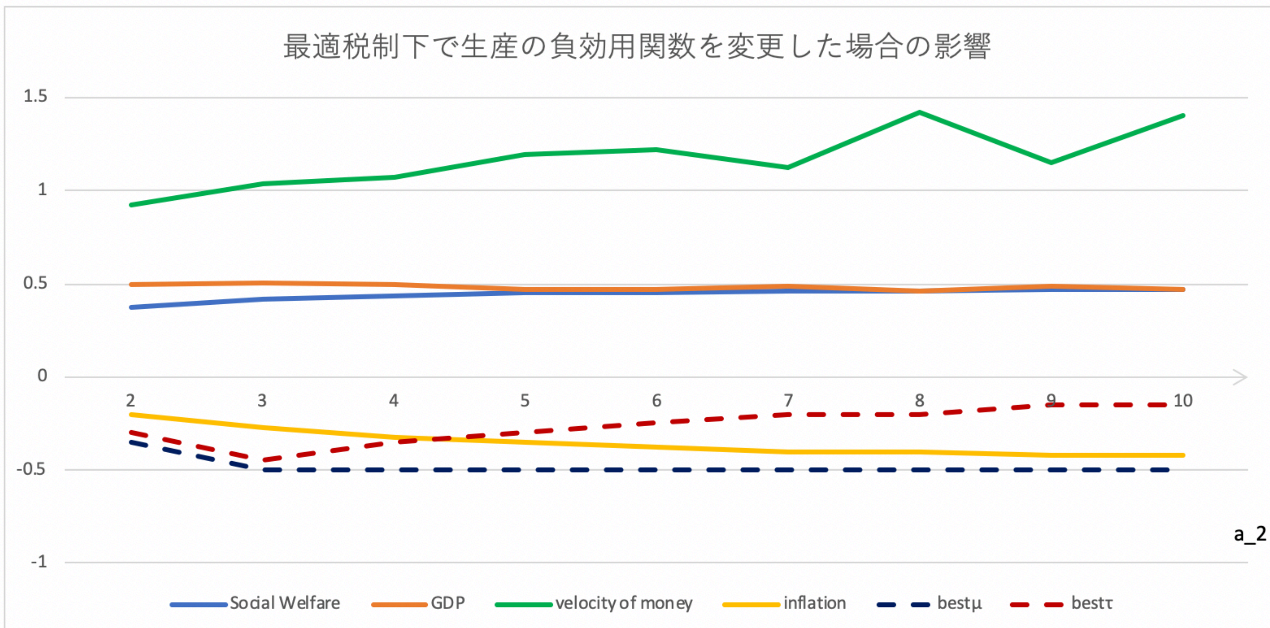

図 8:

最適税制下で欲望の一重の一致があるマッチングが起こる確率を表すパラメータσを変更した場合の影響は以下の図9である。σ以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。マッチング確率が大きくなると、インフレ率以外の経済指標が大きく増加する傾向にある。反対に、インフレ率は減少傾向が確認できる。最適な貨幣成長率と所得税率は大きく変化し、傾向を確認することはできなかった。

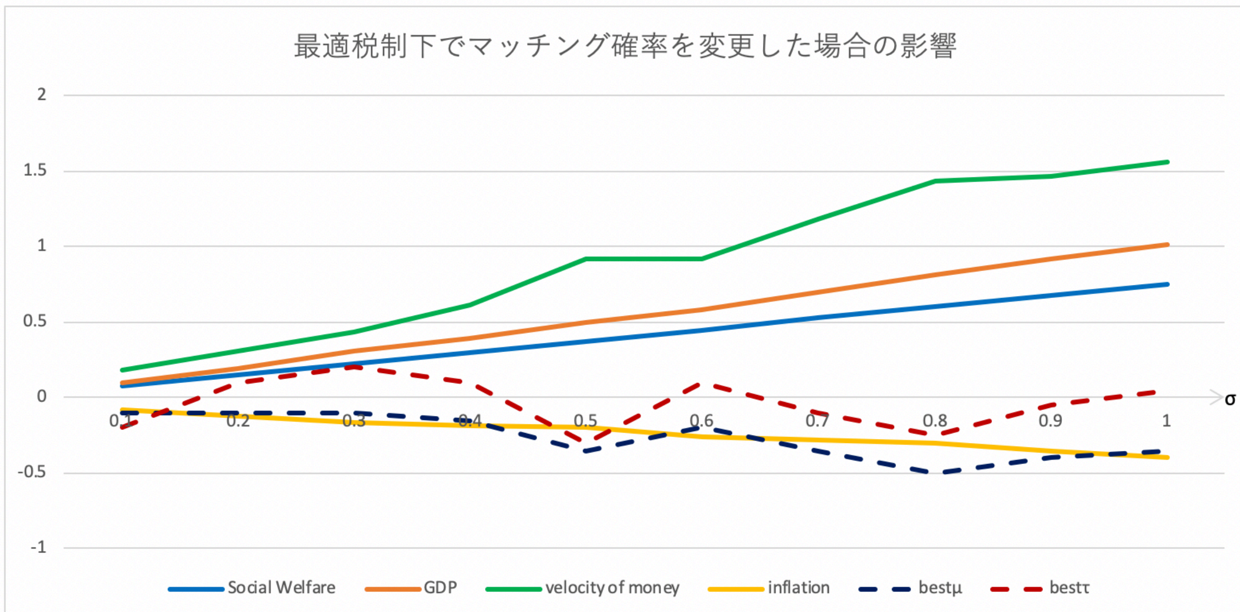

図 9:

最適税制下で買い手の交渉力を表すパラメータδを変更した場合の影響は以下の図 10 である。δ以外のパラメータの値はベンチマークの値から変更しない。δは 0.1 から 1 まで 0.1 刻みで変更し、経済への影響を確認した。δが大きいほど、買い手主権の交渉が行われることになる。δを大きくすると、インフレ率以外の指標が上昇する傾向にある。このモデルについては、買い手主権の交渉環境の方が社会厚生や GDP にとって良い影響を及ぼす。また、最適な貨幣成長率と所得税率についても、δの上昇に伴って緩やかな増加傾向にある。

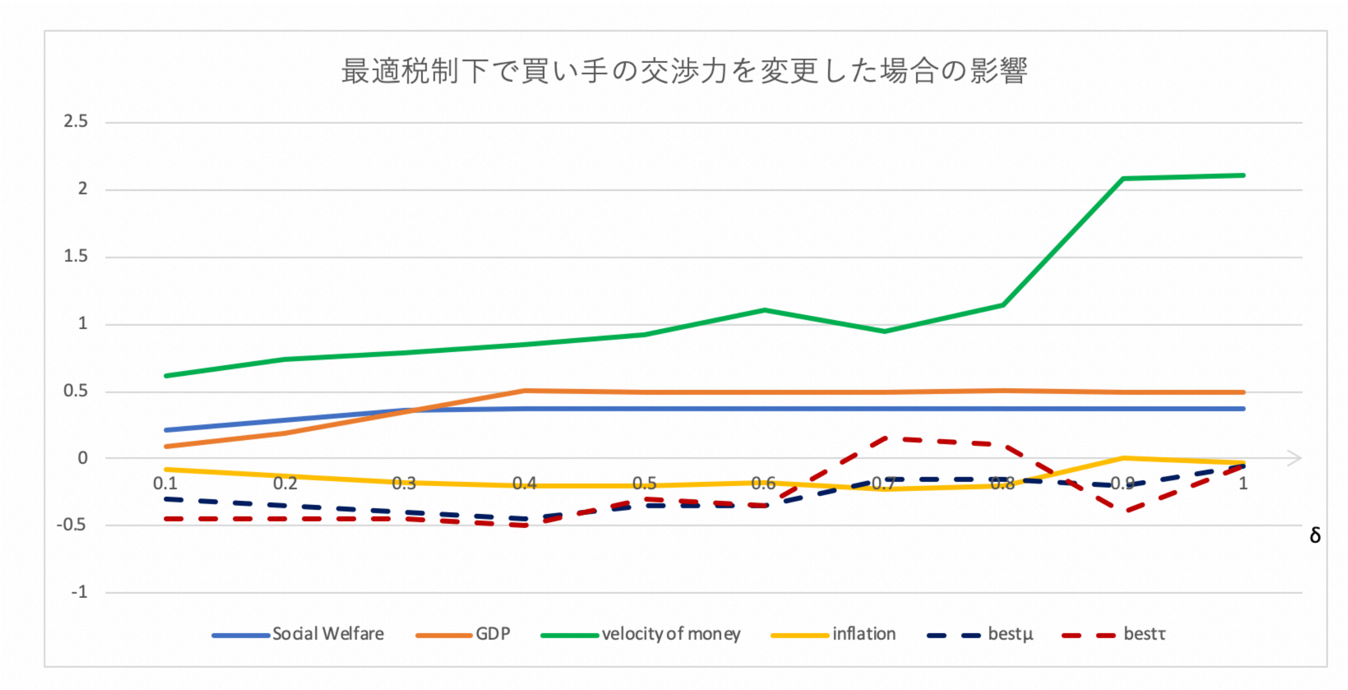

図 10:

6.2.2 最適税制下でのモンテカルロ法を用いた回帰分析

モンテカルロシミュレーションを行い、そのデータを用いて回帰分析を行った結果が以下の表2、表3である。表2の回帰分析の結果から、社会厚生にはa_1, a_2, σ, δが影響を及ぼしており、GDPにはσ, δが影響を及ぼしていることがわかる。σ, δはそれぞれ社会厚生とGDPに正の相関があることが確認できた。社会厚生には、これらに加えて、a_1が負の相関、a_2が正の相関である。これらの結果は、ベンチマークの結果を観察した時と同様の結果である。貨幣の流通速度にはa_1, σ, δが影響を及ぼしており、インフレ率にはa_1, a_2, σ, δが影響を及ぼしている。貨幣の流通速度はa_1, δが負の相関、σが正の相関である。インフレ率はa_1が正の相関、a_2, σ, δが負の相関である。

表3の回帰分析の結果から、最適な貨幣成長率にはa_1, a_2, σ, δが影響を与えており、最適な所得税率にはa_1, σ, δが影響を与えている。最適な貨幣成長率については、a_1が正の相関、a_2, σ, δが負の相関である。最適な所得税率については、a_1が負の相関、σ, δが正の相関である。

表 2: 最適税制下における回帰分析結果 1

	Dependent variable:			
	GDP	SW	$velo$	$infl$
	(1)	(2)	(3)	(4)
a_1	0.007	-0.146^{***}	-1.403^{***}	0.307^{***}
	(0.032)	(0.017)	(0.349)	(0.040)
a_1^2	0.032	0.054^{***}	0.772^{**}	-0.150^{***}
	(0.032)	(0.017)	(0.349)	(0.040)
a_2	0.004	0.035^{***}	0.116	-0.049^{***}
	(0.011)	(0.006)	(0.121)	(0.014)
a_2^2	-0.0004	-0.003^{***}	0.005	0.004^{**}
	(0.002)	(0.001)	(0.019)	(0.002)
σ	0.808^{***}	0.805^{***}	3.428^{***}	-0.385^{***}
	(0.042)	(0.023)	(0.459)	(0.052)
σ^2	0.024	-0.059	-0.796	0.121
	(0.080)	(0.044)	(0.887)	(0.101)
δ	0.647^{***}	0.293^{***}	-2.686^{***}	-0.612^{***}
	(0.021)	(0.011)	(0.227)	(0.026)
δ^2	-0.437^{***}	-0.219^{***}	3.714^{***}	0.609^{***}
	(0.020)	(0.011)	(0.220)	(0.025)
Constant	-0.205^{***}	-0.098^{***}	0.108	0.062^{***}
	(0.019)	(0.010)	(0.207)	(0.023)
Observations	1,000	1,000	1,000	1,000
R^2	0.895	0.955	0.596	0.631
Adjusted R^2	0.894	0.954	0.593	0.629
Residual Std. Error (df = 991)	0.047	0.026	0.517	0.059
F Statistic (df = 8; 991)	$1,056.109^{***}$	$2,615.784^{***}$	183.069^{***}	212.282^{***}
Note:				*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

表 3: 最適税制下における回帰分析結果 2

	Dependent variable:	
	bestμ	*best*τ
	(1)	(2)
a_1	0.229***	−0.280**
	(0.045)	(0.138)
a_1^2	−0.069	0.284**
	(0.045)	(0.138)
a_2	−0.056***	−0.062
	(0.016)	(0.048)
a_2^2	0.005**	0.008
	(0.002)	(0.007)
σ	−0.797***	−3.678***
	(0.059)	(0.181)
σ^2	0.290**	5.714***
	(0.114)	(0.350)
δ	−0.441***	0.509***
	(0.029)	(0.089)
δ^2	0.499***	−0.289***
	(0.028)	(0.087)
Constant	0.059**	0.233***
	(0.027)	(0.081)
Observations	1,000	1,000
R^2	0.734	0.425
Adjusted R^2	0.732	0.421
Residual Std. Error (df = 991)	0.066	0.204
F Statistic (df = 8; 991)	342.404***	91.740***
Note:	*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

7　結論

貨幣サーチモデルを構築し、シミュレーションによって定常均衡を求めた結果、税率、貨幣成長率ともに、負値の方が社会厚生や GDP に良い影響を及ぼす。最適な税率が負という結果は、取引に税金をかけるよりも補助金を拠出する方が良いということを意味している。最適な貨幣成長率も負であるため、各期の終わりに全員から一定額の貨幣を徴収するということである。したがって、貨幣成長率を負に設定して貨幣の保有コストを小さくし、取引から税を取るより、取引に補助金を拠出して取引が行われるように支援する方が社会厚生と GDP に良い影響を及ぼすことが示唆された。摩擦的な市場のなかで、取引が阻害されている状況では、取引が行われることを促進する様な政策を実行することが社会厚生や GDP にとって望ましいという結果を得た。ケインズ経済学などの従来のマクロ経済学に基づいた経済政策では、緩やかなインフレと減税が経済を安定的に成長させるという説が定説となっているが、貨幣サーチモデルによる政策分析では、正反対の政策が推奨される。そのため、貨幣サーチモデルによれば、現在日本や世界で行われている経済政策とは異なった経済政策が望ましいという結論を導く。貨幣サーチモデルがこの様な結論を導く大きな要因は、貨幣サーチモデルが分権的で摩擦的な市場を想定しているからである。現実の社会には、摩擦的で取引が阻害される様な状況が決して少なくない。したがって、貨幣サーチ理論を用いて経済政策について議論を行うことには、非常に大きな意味があると考えている。

8 付録

シミュレーションに用いたRのコードを以下に記す。

```
######model1
rm(list = ls(all =TRUE))
 N <- 1000 #Monte Carle method
 output<-matrix(0,N,10)
 small <- 0.00001 # Newton method differrential
##### parameter
for(i in 1:N){
sigma <- runif(1 , min =0 , max = 0.5) # prob. of single coincidence
a_1 <- runif(1, min = 0.1, max = 0.9) # utility function : u(x)=x^a_1
a_2 <- runif(1, min = 1.5, max = 5) # cost function
A <- a_1 /a_2 # cost function : c(y)=A*y^a_2
beta <- 0.95 # discount rate
delta <- runif(1, min = 0, max = 1) # weight of buyer of the Nash product
mu <- runif(1, min = -0.1, max = 0.1)# helicopter droping money rate
 B1 <- min(0.1,(1+mu-beta)/sigma)
 B0 <- B1 - 0.2


tau <- runif(1, min = B0, max = B1) # income tax for seller in the day market

##benchmark
# sigma <- 0.25  # prob. of single coincidence
# a_1 <- 0.5  # utility function : u(x)=x^a_1
# a_2 <- 2  # cost function
# A <- a_1/a_2  # cost function : c(y)=A*y^a_2
# beta <- 0.95  # discount rate
# delta <- 0.5  # weight of buyer of the Nash product
```

```
# mu <-   # helicopter droping money rate
# tau <-   # income tax for seller in the day market




# Efficient allocation
qstar <- ((1- tau)*a_1 / (A*a_2))^(1/(a_2 - a_1)) # 1st best q*
H <- (1 - tau)*qstar^(a_1) + A*qstar^(a_2)
G_S <- (1 - delta)*H # Nash product of seller
G_B <- (delta/(1 - tau))*H # Nash product of buyer
fai_mstar <- qstar^(a_1) - G_B # faim*
fai_mstar2 <- (G_S + A*qstar^(a_2))/(1-tau)
fai_mstar <- fai_mstar2
mstar <- 1/fai_mstar*((((1 - tau)*a_1)/A*a_2)^(a_1/a_2*a_1) - delta*H/(1 -tau))
output[i,1:6]<-c(sigma,a_1,a_2,delta,mu,tau)
q_L <- function(fai_m) (fai_m^(1/a_1))
q_H <- function(fai_m) (((1-tau)*fai_m)/A)^(1/a_2)
F <- function(q , fai_m)  (delta*a_1*q^(a_1 - 1)*(-A*q^(a_2) + (1-tau)*fai_m))  - (1 -delt

#equilibrium
F((fai_mstar/2)^(1/a_1), fai_mstar/2)
F(0.99*qstar , fai_mstar/2)
FOC <- function(q,fai_m) F(q, fai_m)
QF <- function(fai_m)
{
  qh <- q_H(fai_m)
  ql <- q_L(fai_m)
  if(qh <= ql) {q <- 0}
  if(qh > ql)
  {if(FOC(qh,fai_m)>=0) q <- qh
```

```
  if(FOC(ql,fai_m)<=0) q <- ql
  if((FOC(qh,fai_m)<0) && (FOC(ql,fai_m)>0))
  {
    FOC1 <- function(q) FOC(q,fai_m)
    out1 <- uniroot(FOC1, c(ql , qh))
    q<- out1$root}
  }
  return(q) }
QF(fai_mstar)
fai_mtemp <- 0.95*fai_mstar
qtemp <- QF(fai_mtemp)
GBtemp <- (qtemp)^a_1 - fai_mtemp
GStemp <- -A*(qtemp)^a_2 + (1 - tau)*(fai_mtemp)
slope1 <- (a_1 * qtemp^(a_1 - 1))/(A*a_2*qtemp^(a_2 - 1)) # possibility set
slope2 <- ((1 - delta)*GBtemp)/(delta*GStemp) # 無差別曲線
dq_dfaim <- function(faim) (QF(faim+small) - QF(faim))/ small
dq_dfaim(0.01*fai_mstar)
FAI <- function(faim)
{qtemp <- QF(faim)
dqtemp <- dq_dfaim(faim)
temp <- (1-sigma*tau+mu-beta*(1-sigma))/(beta*sigma*a_1) - qtemp^(a_1 - 1)*dqtemp
return(temp)
}
if(FAI(0.001)*FAI(0.99*fai_mstar) >= 0) output[i,7:10] <- c(0,0,0,0)
if(FAI(0.001)*FAI(0.99*fai_mstar) < 0) {
fai_eq <- uniroot(FAI , c(0.001,0.99*fai_mstar))
fai_eq <- fai_eq$root
q_eq <- QF(fai_eq)
u_eq <- q_eq^(a_1)
c_eq <- A*q_eq^(a_2)
```

```
W <- sigma*(u_eq - c_eq)
GDP <- sigma*q_eq
velo <- GDP/fai_eq
infl <-  -sigma*tau + mu

output[i,7:10] <- c(W,GDP,velo,infl)}
}

library(readr)
X1217_2 <- read_csv("Desktop/1217_2.csv")
lmGDP <- lm(formula = GDP ~ mu + tau + delta + mu2 + tau2 + delta2 , data = X1217_2 )
lmSW <- lm(formula = W ~ mu + tau + delta + mu2 + tau2 + delta2 , data = X1217_2 )
lmvelo <- lm(formula = velo ~ mu + tau + delta + mu2 + tau2 + delta2 , data = X1217_2 )
lminfl <-  lm(formula = infl ~ mu + tau + delta + mu2 + tau2 + delta2 , data = X1217_2 )

install.packages("stargazer")
library(stargazer)
stargazer(lmGDP, lmSW, lmvelo, lminfl, title = "回帰分析結果")

######model2
rm(list = ls(all =TRUE))
small <- 0.00001 # Newton method differrential
minmu <- -0.5
maxmu <- 0.5
mintau <- -0.5
maxtau <- 0.5
grid <- 20
 N <- 1000 #Monte Carle method
output <- matrix(0,N,13)
##### Optimal
```

```
##### parameter
 for(k in 1:N){
  sigma <- runif(1 , min =0 , max = 0.5) # prob. of single coincidence
  a_1 <- runif(1, min = 0.1, max = 0.9) # utility function : u(x)=x^a_1
  a_2 <- runif(1, min = 1.5, max = 5) # cost function
  A <- a_1 /a_2 # cost function : c(y)=A*y^a_2
  beta <- 0.95 # discount rate
  delta <- runif(1, min = 0, max = 1) # weight of buyer of the Nash product

  #optimal taxisation
  opt <- function(x) {
    mu <-x[1]
    tau <- x[2]

    # Efficient allocation
    qstar <- ((1- tau)*a_1 / (A*a_2))^(1/(a_2 - a_1)) # 1st best q*
    H <- (1 - tau)*qstar^(a_1) + A*qstar^(a_2)
    G_S <- (1 - delta)*H # Nash product of seller
    G_B <- (delta/(1 - tau))*H # Nash product of buyer
    fai_mstar <- qstar^(a_1) - G_B # faim*
    fai_mstar2 <- (G_S + A*qstar^(a_2))/(1-tau)
    fai_mstar <- fai_mstar2
    mstar <- 1/fai_mstar*((((1 - tau)*a_1)/A*a_2)^(a_1/a_2*a_1) - delta*H/(1 -tau))
    q_L <- function(fai_m) (fai_m^(1/a_1))
    q_H <- function(fai_m) (((1-tau)*fai_m)/A)^(1/a_2)
    F <- function(q , fai_m)  (delta*a_1*q^(a_1 - 1)*(-A*q^(a_2) + (1-tau)*fai_m))  - (1 -

    #equilibrium
    F((fai_mstar/2)^(1/a_1), fai_mstar/2)
    F(0.99*qstar , fai_mstar/2)
```

```
FOC <- function(q,fai_m) F(q, fai_m)
QF <- function(fai_m)
{
  qh <- q_H(fai_m)
  ql <- q_L(fai_m)
  if(qh <= ql) {q <- 0}
  if(qh > ql)
  {if(FOC(qh,fai_m)>=0) q <- qh
  if(FOC(ql,fai_m)<=0) q <- ql
  if((FOC(qh,fai_m)<0) && (FOC(ql,fai_m)>0))
  {
    FOC1 <- function(q) FOC(q,fai_m)
    out1 <- uniroot(FOC1, c(ql , qh))
    q<- out1$root}
  }
  return(q) }
QF(fai_mstar)
fai_mtemp <- 0.95*fai_mstar
qtemp <- QF(fai_mtemp)
GBtemp <- (qtemp)^a_1 - fai_mtemp
GStemp <- -A*(qtemp)^a_2 + (1 - tau)*(fai_mtemp)
slope1 <- (a_1 * qtemp^(a_1 - 1))/(A*a_2*qtemp^(a_2 - 1)) # possibility set
slope2 <- ((1 - delta)*GBtemp)/(delta*GStemp) # 無差別曲線
dq_dfaim <- function(faim) (QF(faim+small) - QF(faim))/ small
dq_dfaim(0.01*fai_mstar)
FAI <- function(faim)
{qtemp <- QF(faim)
dqtemp <- dq_dfaim(faim)
temp <- (1-sigma*tau+mu-beta*(1-sigma))/(beta*sigma*a_1) - qtemp^(a_1 - 1)*dqtemp
return(temp)
```

```
  }
  if(FAI(0.001)*FAI(0.99*fai_mstar) >= 0) W <- 0
  if(FAI(0.001)*FAI(0.99*fai_mstar) < 0) {
    fai_eq <- uniroot(FAI , c(0.001,0.99*fai_mstar))
    fai_eq <- fai_eq$root
    q_eq <- QF(fai_eq)
    u_eq <- q_eq^(a_1)
    c_eq <- A*q_eq^(a_2)
    W <- sigma*(u_eq - c_eq)
    GDP <- sigma*q_eq
    velo <- GDP/fai_eq
    infl <-  -sigma*tau + mu
  }
  return(-W)
}


X<-matrix(0,(grid+1),(grid+1))
for(i in 1:(grid+1)){for (j in 1:(grid+1)){
  mu<- minmu+((maxmu-minmu)*(i-1)/grid)
  tau<- mintau+((maxtau-mintau)*(j-1)/grid)
  X[i,j] <- opt(c(mu,tau))
}}

#bestmu besttau
X1 <- numeric(grid+1)
for(i in 1:(grid+1)){X1[i] <- min(X[i,])}
Xmin <- min(X1)
besti <- which(X1 == Xmin)
bestj <-  which(X[besti,]==Xmin)
```

```
bestmu <- minmu+((maxmu-minmu)*(besti-1)/grid)
besttau <- mintau+((maxtau-mintau)*(bestj-1)/grid)

#SW,GDP,velo,infl
mu <- bestmu
tau <- besttau
qstar <- ((1- tau)*a_1 / (A*a_2))^(1/(a_2 - a_1)) # 1st best q*
H <- (1 - tau)*qstar^(a_1) + A*qstar^(a_2)
G_S <- (1 - delta)*H # Nash product of seller
G_B <- (delta/(1 - tau))*H # Nash product of buyer
fai_mstar <- qstar^(a_1) - G_B # faim*
fai_mstar2 <- (G_S + A*qstar^(a_2))/(1-tau)
fai_mstar <- fai_mstar2
mstar <- 1/fai_mstar*((((1 - tau)*a_1)/A*a_2)^(a_1/a_2*a_1) - delta*H/(1 -tau))
q_L <- function(fai_m) (fai_m^(1/a_1))
q_H <- function(fai_m) (((1-tau)*fai_m)/A)^(1/a_2)
F <- function(q , fai_m)  (delta*a_1*q^(a_1 - 1)*(-A*q^(a_2) + (1-tau)*fai_m))  - (1 -de

F((fai_mstar/2)^(1/a_1), fai_mstar/2)
F(0.99*qstar , fai_mstar/2)
FOC <- function(q,fai_m) F(q, fai_m)
QF <- function(fai_m)
{
  qh <- q_H(fai_m)
  ql <- q_L(fai_m)
  if(qh <= ql) {q <- 0}
  if(qh > ql)
  {if(FOC(qh,fai_m)>=0) q <- qh
  if(FOC(ql,fai_m)<=0) q <- ql
  if((FOC(qh,fai_m)<0) && (FOC(ql,fai_m)>0))
```

```
  {
    FOC1 <- function(q) FOC(q,fai_m)
    out1 <- uniroot(FOC1, c(ql , qh))
    q<- out1$root}
  }
  return(q) }
QF(fai_mstar)
fai_mtemp <- 0.95*fai_mstar
qtemp <- QF(fai_mtemp)
GBtemp <- (qtemp)^a_1 - fai_mtemp
GStemp <- -A*(qtemp)^a_2 + (1 - tau)*(fai_mtemp)
slope1 <- (a_1 * qtemp^(a_1 - 1))/(A*a_2*qtemp^(a_2 - 1)) # possibility set
slope2 <- ((1 - delta)*GBtemp)/(delta*GStemp) # 無差別曲線
dq_dfaim <- function(faim) (QF(faim+small) - QF(faim))/ small
dq_dfaim(0.01*fai_mstar)
FAI <- function(faim)
{qtemp <- QF(faim)
dqtemp <- dq_dfaim(faim)
temp <- (1-sigma*tau+mu-beta*(1-sigma))/(beta*sigma*a_1) - qtemp^(a_1 - 1)*dqtemp
return(temp)
}
if(FAI(0.001)*FAI(0.99*fai_mstar) >= 0) W <- 0
if(FAI(0.001)*FAI(0.99*fai_mstar) < 0) {
  fai_eq <- uniroot(FAI , c(0.001,0.99*fai_mstar))
  fai_eq <- fai_eq$root
  q_eq <- QF(fai_eq)
  u_eq <- q_eq^(a_1)
  c_eq <- A*q_eq^(a_2)
  W <- sigma*(u_eq - c_eq)
  GDP <- sigma*q_eq
```

```
    velo <- GDP/fai_eq
    infl <-  -sigma*tau + mu
    output[k,] <- c(a_1,a_2,A,sigma,beta,delta,bestmu,besttau,-Xmin,W,GDP,velo,infl)
  }



}
output
write.table(output, file = "opt2.csv", sep = ",")

#lm
library(readr)
opt2 <- read_csv("Desktop/opt2.csv")
lmGDP <- lm(formula = GDP ~ bestmu + besttau + delta + bestmu2 + besttau2 + delta2 , data
lmSW <- lm(formula = SW ~ bestmu + besttau + delta + bestmu2 + besttau2 + delta2 , data =
lmvelo <- lm(formula = velo ~ bestmu + besttau + delta + bestmu2 + besttau2 + delta2 , dat
lminfl <-  lm(formula = infl ~ bestmu + besttau + delta + bestmu2 + besttau2 + delta2 , da
library(stargazer)
stargazer(lmGDP, lmSW, lmvelo, lminfl, title = "回帰分析結果")
```

参考文献

[1] Kiyotaki, N. and R. Wright(1989)"On Money as a Medium of Exchange," *Journal of Political Economy* 97(4):927-954.

[2] Kiyotaki, N. and R. Wright(1993)"A Search Theoretic Approach to Monetary Economics," *American Economic Review* 83(1):63-77.

[3] Lagos, R. and R. Wright(2003)"Dynamics, Cycles, and Sunspot Equilibria in 'Genuinely Dynamic, Fundamentally Disaggregative' Models of Money," *Journal of Economic Theory* 109(2):156-171.

[4] Lagos, R and R. Wright(2004)"A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis," Federal Reserve Bank of Minneapolis, Staff Report 346.

[5] Lagos, R and R. Wright(2005)"A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis," *Journal of Political Economy* 113(3):463-484

[6] Trejos, A. and R. Wright(1995)"Search, Bargaining, Money and Prices," *Journal of Political Economy* 103(1):118-141.

[7] Nash, J.F.(1950) "The Bargaining Probrem" *Econometrica*18(1):155-162

[8] 清水弘幸 (2015)『分権的貨幣経済と中央集権的貨幣経済ー長期におけるインフレーションのコストー』早稲田大学　産業経営研究所『産業経営』第 51 号 2015 年 12 月 pp.23-45

[9] 今井亮一・工藤教孝・佐々木勝・清水崇 (2007)『サーチ理論：分権的取引の経済学』東京大学出版会

[10] 川俣雅弘 (2018)『限界革命にかんする再考察』三田学会雑誌 = Mita journal of economics 111(3), 325-359, 2018-10